

# De l'utilisation de la proportion analogique en apprentissage artificiel.

Laurent Miclet, Sabri Bayouhd, Arnaud Delhay et Harold Mouchère.

IRISA – Université de Rennes 1 / ENSSAT  
6, rue de Kérampont, 22305 Lannion  
laurent.miclet@irisa.fr

2 juillet 2007

## Exemple zoologique



Veau



Taureau



Poulain

## Exemple zoologique



Veau



Taureau



Poulain



Etalon

## Exemple typographique

a	b
<i>α</i>	

## Exemple typographique

a	b
$\alpha$	$\beta$

## Exemple stringologique

$aBA$	$\alpha bBa$
$ba$	

## Exemple stringologique

$aBA$	$\alpha bBa$
$ba$	$\beta ba$

## Exemple stringologique

$aBA$	$\alpha bBa$
$ba$	$\beta ba$

$a \rightsquigarrow B A$

$\alpha b B A$

$b \rightsquigarrow \rightsquigarrow a$

$\beta b \rightsquigarrow a$



- 1 Introduction
- 2 Proportion Analogique
- 3 Dissemblance Analogique
- 4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie
- 5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits
- 6 Conclusion et perspectives

1 Introduction

2 Proportion Analogique

3 Dissemblance Analogique

4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie

5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits

6 Conclusion et perspectives



# Axiomes

a *est à* b *ce que* c *est à* d



# Axiomes

*a est à b ce que c est à d*  
*a : b :: c : d*

# Axiomes

*a est à b ce que c est à d*

$$a : b :: c : d$$

*Symétrie de la relation "ce que" :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow c : d :: a : b$*

*Échange des moyens :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow a : c :: b : d$*

*Déterminisme :  $a : a :: b : x \Rightarrow x = b$*

# Axiomes

*a est à b ce que c est à d*

$$a : b :: c : d$$

*Symétrie de la relation "ce que" :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow c : d :: a : b$*

*Échange des moyens :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow a : c :: b : d$*

*Déterminisme :  $a : a :: b : x \Rightarrow x = b$*

# Axiomes

*a est à b ce que c est à d*

$$a : b :: c : d$$

*Symétrie de la relation "ce que" :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow c : d :: a : b$*

*Échange des moyens :  $a : b :: c : d \Leftrightarrow a : c :: b : d$*

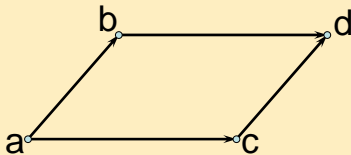
*Déterminisme :  $a : a :: b : x \Rightarrow x = b$*



# Proportion Analogique sur des objets composés d'attributs

$$a : b :: c : d \Leftrightarrow a_j : b_j :: c_j : d_j \quad \forall 1 \leq j \leq m$$

## Représentation graphique



$$\mathbb{R}^n : \vec{ab} = \vec{cd}$$

0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0

$$\{0, 1\}^n$$





## Proportions Analogiques entre séquences

---


$$\Sigma' = \{a, b, \alpha, \beta, A, B, \sim\}$$

avec les PA :

$$a : b :: A : B$$

$$a : \alpha :: b : \beta \quad \dots$$

$$a \sim B \quad A$$

$$\alpha \quad b \quad B \quad A$$

$$b \sim \sim a$$

$$\beta \quad b \sim a$$


---



## Proportions Analogiques entre séquences

$\Sigma' = \{a, b, \alpha, \beta, A, B, \sim\}$	$a$	$\sim$	$B$	$A$
avec les PA :	$\alpha$	$b$	$B$	$A$
$a : b :: A : B$	$b$	$\sim$	$\sim$	$a$
$a : \alpha :: b : \beta$	$\beta$	$b$	$\sim$	$a$
...				

Equivalence sémantique :  $b \sim \sim a \equiv ba$ .

Alignement entre quatre séquences :  $u, v, w, x \in \Sigma^*$  :

un mot  $z \in (\Sigma')^4$  dont la projection sur la 1<sup>ère</sup> composante est sémantiquement équivalente à  $u$ , etc.

Proportion analogique entre séquences :  $\exists u', v', w'$  et  $x' \in \Sigma'$  de même longueur, telle que  $\forall i \in [1, n] u'_i : v'_i :: w'_i : x'_i$  sont en P.A. sur  $\Sigma'$ .

1 Introduction

2 Proportion Analogique

**3 Dissemblance Analogique**

4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie

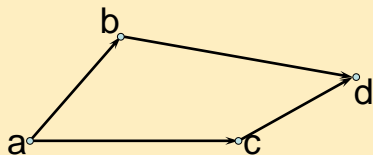
5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits

6 Conclusion et perspectives

## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique



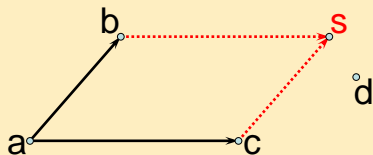
- Cas général :
  - $DA = 0$  equivaut à une Proportion Analogique exacte
  - $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique
- Objets décrit par des attributs :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$



## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique

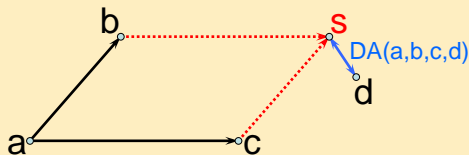


- Cas général :
  - $DA = 0$  equivaut à une Proportion Analogique exacte
  - $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique
- Objets décrit par des attributs :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$

## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique



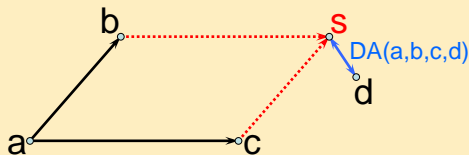
- Cas général :
  - $DA = 0$  equivaut à une Proportion Analogique exacte
  - $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique
- Objets décrit par des attributs :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$



## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique



0	0	...	0	0	...	1
0	1	...	1	1	...	1
0	0	...	1	1	...	1
0	0	...	0	1	...	1
0	1	...	2	1	...	0

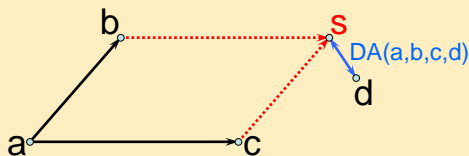
- Cas général :
  - $DA = 0$  equivaut à une Proportion Analogique exacte
  - $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique
- Objets décrit par des attributs :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$



## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique



0	0	...	0	0	...	1
0	1	...	1	1	...	1
0	0	...	1	1	...	1
0	0	...	0	1	...	1
0	1	...	2	1	...	0

- **Cas général :**

- $DA = 0$  equivaut à une Proportion Analogique exacte
- $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique

- Objets décrit par des attributs :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$

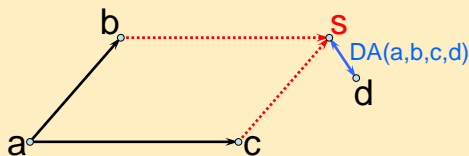




## Dissemblance Analogique entre objets

La DA mesure combien il manque pour que 4 objets soient en PA.

### Représentation graphique



0	0	...	0	0	...	1
0	1	...	1	1	...	1
0	0	...	1	1	...	1
0	0	...	0	1	...	1
0	1	...	2	1	...	0

- Cas général :
  - $DA = 0$  équivaut à une Proportion Analogique exacte
  - $DA \nearrow$  : on s'éloigne d'une Proportion Analogique
- **Objets décrit par des attributs** :  $DA(a, b, c, d) = \sum_{j=1}^m DA(a_j, b_j, c_j, d_j)$



## Propriétés de la DA entre objets

Cohérence analogique.  $DA(u, v, w, x) = 0 \Leftrightarrow u : v :: w : x$

Symétrie de "ce que".  $DA(u, v, w, x) = DA(w, x, u, v)$

Echange des médians.  $DA(u, v, w, x) = DA(u, w, v, x)$

Inégalité triangulaire.  $DA(u, v, z, t) \leq DA(u, v, w, x) + DA(w, x, z, t)$

Asymétrie de "est à". En général,  $DA(u, v, w, x) \neq DA(v, u, w, x)$



## Exemple : DA entre les lettres d'un alphabet

Soit  $\Sigma = \{a, b, c, A, B, C\}$  un alphabet dont les lettres sont décrites par des attributs binaires.

La nouvelle lettre  $\surd$  représente l'absence de lettre.

	a	a/	b	b/	c	c/	minuscule	majuscule
a	1	0	0	1	0	1	1	0
b	0	1	1	0	0	1	1	0
c	0	1	0	1	1	0	1	0
A	1	0	0	1	0	1	0	1
B	0	1	1	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	0	0	1
$\surd$	0	0	0	0	0	0	0	0

$a : a :: b : b \Rightarrow DA(a,a,b,b) = 0 \Rightarrow$  Proportion Analogique exacte.

$a : A :: b : B \Rightarrow DA(a,A,b,B) = 0 \Rightarrow$  Proportion Analogique exacte.

$a : b :: A : c \Rightarrow DA(a,b,A,c) = 6 \Rightarrow$  loin d'être en P.A.



## Dissemblance Analogique entre séquences

$\Sigma = \{a, \dots, z, A, \dots, Z\}$  est un alphabet dont les lettres sont définies par des traits binaires.  $\Sigma^* = \{U, V, \dots\}$  est l'ensemble des séquences sur  $\Sigma$ .

La dissemblance analogique dépend de l'alignement entre les séquences sur  $(\Sigma \cup \{\sim\})^*$ . On cherche le minimum.

$$DA(U, V, W, T) = \sum_i DA(U_i, V_i, W_i, T_i)$$

U	n	s	a	f	e		
S	a	f	e	l	y		
U	n	f	a	i	r		
F	a	i	r	l	y		
4	0	8	4	4	4		

DA = 24

U	n	s	a	f	e	-	-
-	-	S	a	f	e	l	y
U	n	f	a	i	r	-	-
-	-	F	a	i	r	l	y
0	0	0	0	0	0	0	0

DA = 0



## Algorithme SEQUANA4

Programmation dynamique à quatre dimensions.

**Initialisation** : Remplir les bords de la matrice  $C$  à quatre dimensions.

**Recurrence** :

$$C_{w_k x_l}^{u_i v_j} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{ll} C_{w_{k-1} x_{l-1}}^{u_i v_j} + DA(u_i, v_j, w_k, x_l) & [i \leftarrow i + 1; j \leftarrow j + 1; k \leftarrow k + 1; l \leftarrow l + 1] \\ C_{w_{k-1} x_l}^{u_i v_j} + DA(u_i, v_j, w_k, \surd) & [i \leftarrow i + 1; j \leftarrow j + 1; k \leftarrow k + 1] \\ \vdots \\ C_{w_k x_{l-1}}^{u_i v_j} + DA(\surd, \surd, \surd, x_l) & [l \leftarrow l + 1] \\ C_{w_{k-1} x_l}^{u_i v_j} + DA(\surd, \surd, w_k, \surd) & [k \leftarrow k + 1] \end{array} \right.$$

**End** Quand  $i = |u|$  et  $j = |v|$  et  $k = |w|$  et  $l = |x|$ .

**Résultat** :  $C_{|w| |x|}^{u |v|}$  est égal à  $DA(u, v, w, x)$  dans  $\Sigma^*$ .



## Résolution par Proportion Analogique sur les séquences

- La résolution par Proportion Analogique est la création d'une ou de plusieurs séquences synthétiques à partir de trois séquences.
- L'algorithme SOLVANA produit toutes les séquences à DA nulle (ou non nulle minimale).
- On peut aussi fabriquer toutes les séquences à DA inférieure à un seuil par  $A^*$ .

J	'	A	i	m	e	-	-	-	-	-	-	l	e	-	t	e	n	n	i	s
P	r	é	f	è	r	e	s	-	t	u	-	l	e	-	t	e	n	n	i	s
J	'	A	i	m	e	-	-	-	-	-	-	l	e	-	r	e	p	o	s	-



## Résolution par Proportion Analogique sur les séquences

- La résolution par Proportion Analogique est la création d'une ou de plusieurs séquences synthétiques à partir de trois séquences.
- L'algorithme SOLVANA produit toutes les séquences à DA nulle (ou non nulle minimale).
- On peut aussi fabriquer toutes les séquences à DA inférieure à un seuil par  $A^*$ .

J	'	A	i	m	e	-	-	-	-	-	-	l	e	-	t	e	n	n	i	s
P	r	é	f	è	r	e	s	-	t	u	-	l	e	-	t	e	n	n	i	s
J	'	A	i	m	e	-	-	-	-	-	-	l	e	-	r	e	p	o	s	-
P	r	é	f	è	r	e	s	-	t	u	-	l	e	-	r	e	p	o	s	-



## Algorithme : SOLVANA

Programmation dynamique à trois dimensions.

$$M[i, j, k]_{1 \leq i, j, k \leq n_1, n_2, n_3} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} M[i-1, j-1, k-1] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(a_{i-1}, b_{j-1}, c_{k-1}, x) \\ M[i, j-1, k-1] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(\surd, b_{j-1}, c_{k-1}, x) \\ M[i, j, k-1] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(\surd, \surd, c_{k-1}, x) \\ M[i, j-1, k] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(\surd, b_{j-1}, \surd, x) \\ M[i-1, j, k-1] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(a_{i-1}, \surd, c_{k-1}, x) \\ M[i-1, j-1, k] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(a_{i-1}, b_{j-1}, \surd, x) \\ M[i-1, j, k] + \text{Min}_{x \in \Sigma'} DA(a_{i-1}, \surd, \surd, x) \end{array} \right.$$

$a_i$  est le  $i^{\text{eme}}$  objet de la séquence  $A$ .

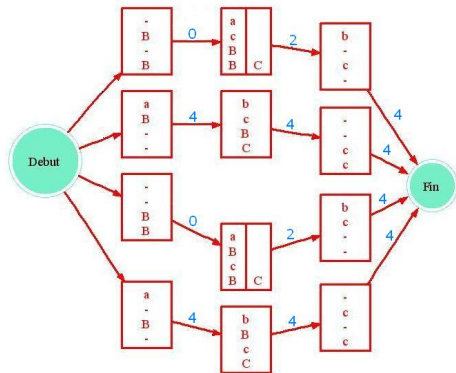


# Graphe des meilleures solutions

$u$	=	ab
$v$	=	Bc
$w$	=	Bc
$x$	=	??

# Graphe des meilleures solutions

$u$	=	ab
$v$	=	Bc
$w$	=	Bc
$x$	=	??



# Graphe des meilleures solutions

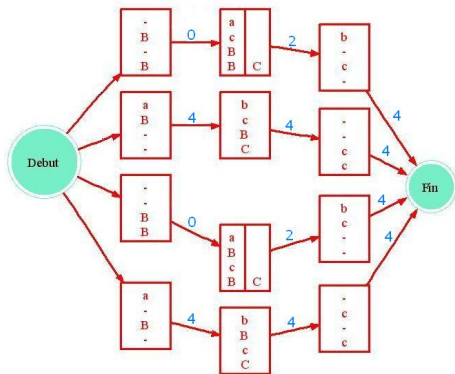
$u$	=	ab
$v$	=	Bc
$w$	=	Bc
$x$	=	??

~	a	b
B	c	~
~	B	c

B	B	~
	C	
0	2	2

a	b	~
B	c	~
~	B	c

~	C	c
4	0	0



- 1 Introduction
- 2 Proportion Analogique
- 3 Dissemblance Analogique
- 4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie**
- 5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits
- 6 Conclusion et perspectives



## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (AG)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (EA et EM)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (BL)



## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (AG)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (EA et EM)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (BL)



## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (AG)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (EA et EM)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (BL)

## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (AG)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (EA et EM)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (BL)





## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (*AG*)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (*EA* et *EM*)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (*BL*)

*veau est à taureau ce que chaton est à matou*



## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (*AG*)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (*EA* et *EM*)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (*BL*)

*veau est à taureau ce que chaton est à matou*  
*Ruminant est à Ruminant ce que Félin est à ?*

## Retour à des objets binaires ou nominaux.

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	<b>Félin</b>

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

- 0 est à 0 ce que 1 est à 1 (*AG*)
- 0 est à 1 ce que 0 est à 1 (*EA* et *EM*)
- 1 est à 0 ce que 1 est à 0 (*BL*)

*veau est à taureau ce que chaton est à matou*  
*Ruminant est à Ruminant ce que Félin est à Félin*

## Résolution exacte sur les classes

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

*matou*

- **PPV :**

- **Analogie :** *matou* ⇒ *Félin*

## Résolution exacte sur les classes

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
EA : Est Adulte  
EM : Est Mâle  
BL : Boit du Lait

*matou* --> *taureau*

- **PPV :**

- **Analogie :** *matou* ⇒ *Félin*

## Résolution exacte sur les classes

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
 EA : Est Adulte  
 EM : Est Mâle  
 BL : Boit du Lait

*matou* --> *taureau*



*Ruminant*

- **PPV** :

- **Analogie** : *matou* ⇒ *Félin*

## Résolution exacte sur les classes

Animaux	AG	EA	EM	BL	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	?

AG : A des Griffes  
EA : Est Adulte  
EM : Est Mâle  
BL : Boit du Lait

- **PPV** :
 

<i>matou</i>	→	<i>taureau</i>
		↓
<i>Ruminant</i>	←	<i>Ruminant</i>
- **Analogie** : *matou* ⇒ *Félin*

## Résolution exacte sur les classes

Animaux	<i>AG</i>	<i>EA</i>	<i>EM</i>	<i>BL</i>	classe
<i>veau</i>	0	0	0	1	<i>Ruminant</i>
<i>taureau</i>	0	1	1	0	<i>Ruminant</i>
<i>chaton</i>	1	0	0	1	<i>Félin</i>
<i>matou</i>	1	1	1	0	<i>Félin</i>

*AG* : A des Griffes  
*EA* : Est Adulte  
*EM* : Est Mâle  
*BL* : Boit du Lait

*matou*  $\dashrightarrow$  *taureau*



*Ruminant*  $\leftarrow$  *Ruminant*

- **PPV** :

- **Analogie** : *matou*  $\Rightarrow$  *Félin*





# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Dédurre  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ieme}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

## Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$	$DA$
$a b c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$
$a c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$
$a c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$
$a d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$
$b c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$
$b c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$
$b d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$
$c a b$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\perp$
$c a d$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$



# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ieme}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$		$DA$
$a b c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	6
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$a c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$	3
$a c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	2
$a d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	5
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$	3
$b c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	8
$b d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	1
$c a b$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\perp$	11
$c a d$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	7
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$



# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ème}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$		$DA$
$a b c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	6
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$a c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$	3
$a c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	2
$a d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	5
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b c d$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\perp$	3
$b c e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	8
$b d e$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\perp$	1
$c a b$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\perp$	11
$c a d$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	7
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$



# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ieme}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$		DA
$a b c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	6
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$c a d$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	7
$\vdots \vdots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots \vdots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$



## Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{eme}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$		DA
a b c	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	6
a b d	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
a b e	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
b a c	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
b a d	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
b a e	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
c a d	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	7
⋮ ⋮ ⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮ ⋮ ⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ème}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$	$h(x)$	$DA$
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$c d e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	1
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$d c e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	2
$d b c$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	2
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$\vdots \vdots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots \vdots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

# Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ème}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$	$h(x)$	$DA$
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$c d e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	1
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$d c e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	2
$d b c$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	2
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$k$	1	2	3	4	5	6
$k'$	1	3	3	5	5	7
$h(x)$						



## Classification par les $k$ triplets les moins dissemblants

$$\mathcal{S} = \{(c_i, h(c_i)) \mid 1 \leq i \leq m\}, x$$

- 1 Calculer  $DA(\text{triplet}, x)$ ,  $\text{triplet} \in \mathcal{S}^3$ .
- 2 Garder ceux qui donnent une solution.
- 3 Ordonner les triplets.
- 4 Déduire  $k'$  à partir de  $k$ .
- 5 Retenir les  $k^{\text{ème}}$  triplets.
- 6 Choisir la classe gagnante.

Exemple

$o_1 o_2 o_3$	$h(o_1)$	$h(o_2)$	$h(o_3)$	$h(x)$	$DA$
$b a d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	0
$c d e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	1
$a b d$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	1
$d c e$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_2$	2
$d b c$	$\omega_1$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_0$	2
$a b e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a e$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_2$	$\omega_2$	3
$b a c$	$\omega_0$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_1$	4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$k$	1	2	3	4	5	6
$k'$	1	3	3	5	5	7
$h(x)$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_1$	?	?	$\omega_2$





## Deux améliorations opérationnelles

- Accélération du calcul du triplet le moins dissemblant
  - Utilisation de la propriété d'inégalité triangulaire
- Pondération des attributs
  - Pondération différente selon le type d'analogie
  - Poids appris dans l'ensemble d'apprentissage



# Résultats

Methods	<i>MO.1</i>	<i>MO.2</i>	<i>MO.3</i>	<i>SP.</i>	<i>B.S</i>	<i>Br.</i>	<i>H.R</i>	<i>Mu.</i>
nb nominal attributes	7	7	7	22	4	9	4	22
nb binary attributes	15	15	15	22	4	9	4	22
nb instances train	124	169	122	80	187	35	66	81
nb instances test	432	432	432	172	438	664	66	8043
nb classes	2	2	2	2	3	2	4	2
<b>WAPC (<math>k = 100</math>)</b>	<b>98%</b>	<b>100%</b>	<b>96%</b>	<b>79%</b>	<b>86%</b>	<b>96%</b>	<b>82%</b>	<b>98%</b>
APC ( $k = 100$ )	98%	100%	96%	58%	86%	91%	74%	97%
Decision Table	100%	64%	97%	65%	67%	86%	42%	99%
Id3	78%	65%	94%	71%	54%	<i>mv</i>	71%	<i>mv</i>
PART	93%	78%	98%	81%	76%	88%	82%	94%
Multi layer Perceptron	100%	100%	94%	73%	89%	96%	77%	96%
LMT	94%	76%	97%	77%	89%	88%	83%	94%
IB1	79%	74%	83%	80%	62%	96%	56%	98%

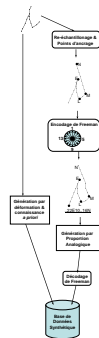
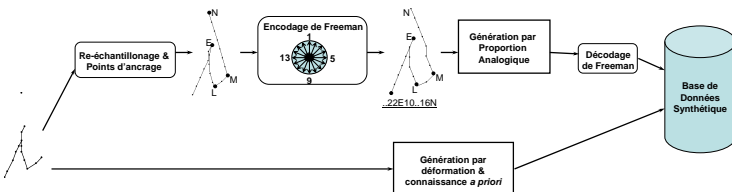


# Résultats

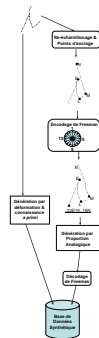
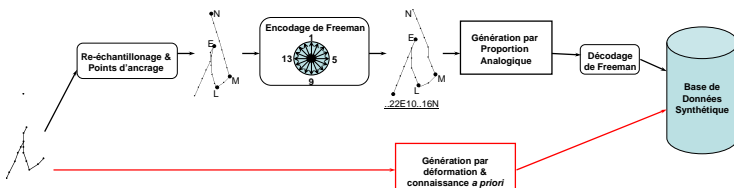
Methods	<i>MO.1</i>	<i>MO.2</i>	<i>MO.3</i>	<i>SP.</i>	<i>B.S</i>	<i>Br.</i>	<i>H.R</i>	<i>Mu.</i>	
nb nominal attributes	7	7	7	22	4	9	4	22	
nb binary attributes	15	15	15	22	4	9	4	22	
nb instances train	124	169	122	80	187	35	66	81	
nb instances test	432	432	432	172	438	664	66	8043	
nb classes	2	2	2	2	3	2	4	2	
<b>WAPC</b> ( $k = 100$ )	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
APC ( $k = 100$ )	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
Decision Table	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
Id3	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
PART	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
Multi layer Perceptron	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
LMT	■	■	■	■	■	■	■	■	▲
IB1	■	■	■	■	■	■	■	■	▲

- 1 Introduction
- 2 Proportion Analogique
- 3 Dissemblance Analogique
- 4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie
- 5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits**
- 6 Conclusion et perspectives

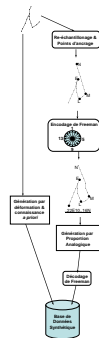
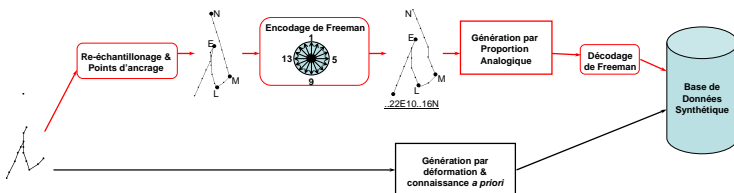
# Organigramme



# Organigramme

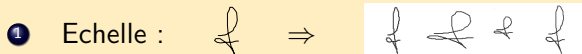


# Organigramme

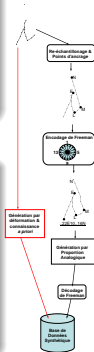
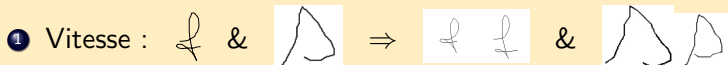


# Génération par distortions

## Distortions d'image :



## Distorsion on-line :







# Génération par Proportion Analogique



# Génération par Proportion Analogique

## Points d'Ancrage

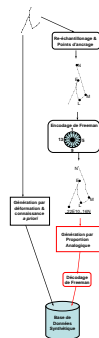
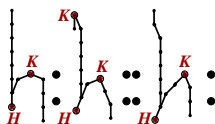
Symbole	Description	Exemples
C / D	extrema max / min en $y$ dans une boucle	
E / H	point angulaire max / min	
K / L	extrema max / min en $y$	
M / N	stilet en haut / bas	





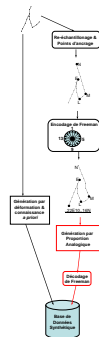
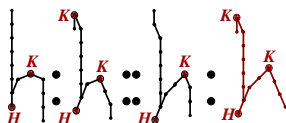
## Génération par Proportion Analogique

$h_1 = 9 \sim 9 \sim 99999 \sim H 1 2 \sim 4 K 6 9 9 9$   
 $h_2 = 1 K \sim 8 9 9 9 9 10 H \sim 2 2 4 K \sim 8 8 9$   
 $h_3 = \sim \sim 9 8 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 9 9 \sim$   
 $x = 1 K \sim 8 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 8 8 \sim$



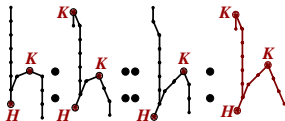
# Génération par Proportion Analogique

$h_1 = 9 \sim 9 \sim 99999 \sim H 1 2 \sim 4 K 6 9 9 9$   
 $h_2 = 1 K \sim 8 9 9 9 9 10 H \sim 2 2 4 K \sim 8 8 9$   
 $h_3 = \sim \sim 9 8 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 9 9 \sim$   
 $x = 1 K \sim 8 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 8 8 \sim$

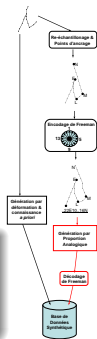
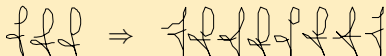


# Génération par Proportion Analogique

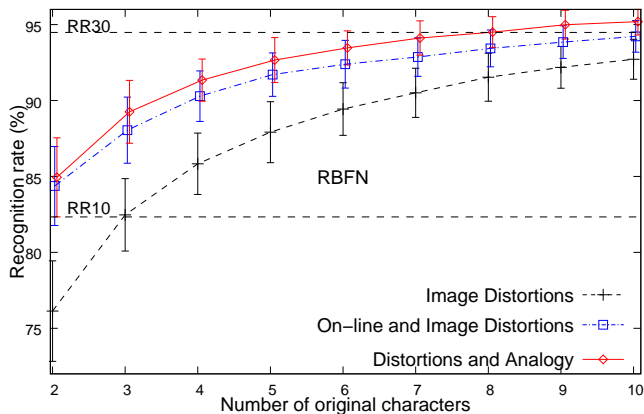
$h_1 = 9 \sim 9 \sim 99999 \sim H 1 2 \sim 4 K 6 9 9 9$   
 $h_2 = 1 K \sim 8 9 9 9 9 10 H \sim 2 2 4 K \sim 8 8 9$   
 $h_3 = \sim \sim 9 8 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 9 9 \sim$   
 $x = 1 K \sim 8 9 9 9 9 9 10 H 2 2 3 3 K 8 8 8 \sim$



## Analogie



# Résultats





- 1 Introduction
- 2 Proportion Analogique
- 3 Dissemblance Analogique
- 4 Apprentissage d'une règle de classification par analogie
- 5 Génération de Séquences pour la Reconnaissance de Caractères Manuscrits
- 6 Conclusion et perspectives

## Et ensuite ?

- Un principe classique en psychologie cognitive et en intelligence artificielle
- Mais avec peu d'applications opérationnelles
- Séquences : généralisation de travaux en linguistique computationnelle
- Extensions
  - domaine numérique ?
  - apprentissage de relations analogiques entre classes ?
  - arbres. . .





Merci de votre attention.