Fusion de systèmes d’argumentation

DELOBELLE Jérôme

soutenu le 4 juillet 2014

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

L'intelligence artificielle peut se définir comme la recherche de moyens susceptibles de permettre à une machine d'exécuter des fonctions normalement associées à l'intelligence humaine. Ce domaine est cependant très vaste puisqu'il comprend des notions telles que la compréhension, le dialogue, l'adaptation, l'apprentissage, le raisonnement, ...

Parmi ces raisonnements, on retrouve le raisonnement argumentatif. L'un des objectifs de l'argumentation consiste, à propos d'un sujet donné, de soutenir un point de vue, une opinion, afin de répondre à une problématique. Le but étant de convaincre un (ou plusieurs) auditeur, soit pour modifier son opinion ou son jugement, soit pour l'inciter à agir. Un autre objectif de l'argumentation est la résolution des conflits entre les croyances d'un agent rationnel. En effet, un agent peut, dans certains cas, aboutir à des croyances contradictoires et l'argumentation est un moyen, pour l'agent, d'effectuer un « tri » afin de sélectionner ses croyances les plus fiables.

Plusieurs théories de l'argumentation ont ainsi été proposé dans la littérature. Certains travaux considèrent en entrée un système d'argumentation constitué d'un ensemble d'arguments et de relations entre ces arguments sans préciser, pour autant, la nature des arguments et de ces interactions. C'est le cas avec le cadre des systèmes d'argumentation abstraits de Dung [Dun95] qui propose différentes sémantiques, plus ou moins souples, permettant d'obtenir un ensemble d'arguments acceptable, appelé extensions.

Le but de ce mémoire est d'étudier l'agrégation de ces systèmes d'argumentation. Considérons un groupe d'agents, chacun de ces agents possédant son système d'argumentation propre, représentant ses croyances personnelles. Le problème de l'agrégation (ou fusion) consiste à essayer de définir un système d'argumentation qui permettra de représenter, au mieux, la position du groupe.

Structure du mémoire

Dans une première partie, nous présenterons le cadre dans lequel nous avons travaillé : le cadre des systèmes d'argumentation abstraits de Dung [Dun95] ainsi que les *labellings* introduits par Caminada [Cam06]. Ensuite, nous étudierons les propriétés existantes concernant la fusion de systèmes d'argumentation et un autre type de modèle graphique permettant de représenter le principe d'argumentation : les *weighted argumentation frameworks* (WAF).

Dans une seconde partie, nous détaillerons un premier opérateur de fusion basé sur les WAF, auquel nous avons ajouté quelques méthodes permettant d'améliorer son comportement. Nous avons ensuite regardé quelles étaient les propriétés, définies dans la première partie, vérifiées par ces opérateurs. Un travail similaire a été effectué avec un autre opérateur de fusion qui sélectionne un ou plusieurs systèmes d'argumentation étant le plus proche possible de la position du groupe. Pour finir, nous avons apporté un esprit critique concernant ces propriétés de fusion en choisissant celles qui semblent indispensables et en « supprimant » celles jugées trop fortes.

Première partie

Etat de l'art

Chapitre 1

Cadre d'argumentation

L'argumentation est une composante majeure de l'intelligence artificielle. Cette capacité à discuter est essentielle pour l'Homme afin de comprendre les nouveaux problèmes posés, d'améliorer le raisonnement scientifique, pour s'exprimer/s'expliquer ou encore donner son opinion dans la vie de tous les jours. L'argumentation consiste à utiliser les arguments afin de dériver des conclusions basées sur la façon dont ces arguments interagissent. De nombreuses théories de l'argumentation ont été proposées, parmi lesquelles les systèmes d'argumentation de Dung. Le but de Dung a été de donner une approche formelle de ce principe d'argumentation.

1.1 L'argumentation de Dung

La théorie d'argumentation de Dung [Dun95] est basée sur la notion de système d'argumentation. Ce système prend en entrée un ensemble d'arguments (croyances d'un agent par exemple) et une relation binaire qui exprime une notion de contrariété (et plus particulièrement d'attaque) entre arguments, afin de retourner des ensembles de « bons » arguments, appelés extensions. Dans cette section, nous allons donc présenter les notions de bases de la théorie de l'argumentation définies par Dung.

1.1.1 Système d'argumentation

Définition 1 (Système d'argumentation) *Un système d'argumentation AF est une paire* $AF = \langle A, R \rangle$ *où* A *est un ensemble d'arguments et* R *une relation binaire sur* A*, c'est à dire que* $R \subseteq A \times A$.

On appelle R la relation d'attaque. Pour deux arguments $a,b \in A$, on dira que l'argument a attaque l'argument b si on a $(a,b) \in R$.
Notons également que la notation AF se rapporte à l'appellation anglaise du terme « système d'argumentation » : **A**rgumentation **F**ramework. Dung a choisi de ne pas prêter attention à la structure interne d'un argument, il peut être vu

comme un simple noeud dans un graphe.

Exemple 1 *: Soit* $AF = \langle A, R \rangle$ *avec* $A = \{a, b, c\}$ *et* $R = \{(c, b), (b, a)\}$*.*

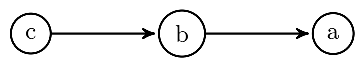


FIGURE 1.1 – Système d'argumentation AF

Grâce au graphe de la figure 1.1, il est possible de déterminer quels sont les arguments qui peuvent être inférés. Dans ce graphe, avec $(c,b) \in R$ et $(b,a) \in R$, les arguments a et c sont acceptés (car c n'est pas attaqué et a est défendu par c qui attaque b) et l'argument b est rejeté.

L'absence d'attaque dans un ensemble d'arguments est une propriété intéressante puisqu'elle assure la cohérence de cet ensemble.

Définition 2 (Sans conflit) *Un ensemble* S *d'arguments est sans conflit s'il n'y aucun argument* $a,b \in S$ *tels que* $(a,b) \in R$*.*

Afin de définir les notions d'acceptabilité et d'admissibilité, il est important de savoir quand un ensemble d'arguments (et non plus un unique argument) attaque un argument :

Définition 3 (Ensemble attaquant un argument) *Un ensemble d'arguments* $S \subseteq A$ *attaque un argument* $b \in A$ *si et seulement si b est attaqué par un des arguments de S :* $\exists a \in S,\ (a,b) \in R$*.*

Un agent rationnel accepte donc un argument si celui-ci n'est pas attaqué, ou s'il peut être défendu contre chaque attaque le visant. Par conséquent, l'ensemble de tous les arguments acceptés par un agent est un ensemble d'arguments qui peut se défendre lui-même. Cette idée d'acceptabilité est retranscrite dans la définition suivante :

Définition 4 (Acceptable) *Un argument* $a \in A$ *est acceptable pour un ensemble d'arguments S si et seulement si pour chaque argument* $b \in A$*, si* $(b,a) \in R$*, alors b est attaqué par S.*

Définition 5 (Admissible) *Un ensemble d'arguments S est admissible si et seulement S est sans conflit et si tout argument* $a \in S$ *est acceptable pour S.*

En d'autres termes, on peut dire qu'un ensemble d'arguments est admissible si cet ensemble est cohérent et qu'il est capable de se défendre lui-même.

1.1.2 Extensions

Une des objectifs intéressants des systèmes d'argumentation est de déterminer quels sont les arguments qui peuvent être inférés. Pour cela, Dung présente plusieurs sémantiques d'acceptabilité (avec notamment la notion d'extensions) qui permettent d'atteindre cet objectif.

Extensions préférées

Le principe d'une extension préférée pour un agent est le fait qu'il accepte tous les arguments qu'il peut défendre et que cet ensemble d'arguments soit maximal pour l'inclusion. L'extension préférée est donc un ensemble admissible qui est maximal pour l'inclusion :

Définition 6 (Extensions préférées) *$S \subseteq A$ est une extension préférée d'un système d'argumentation AF si et seulement si S est un ensemble admissible maximal pour l'inclusion.*

Notons que pour chaque système d'argumentation, il existe au moins une extension préférée. L'ensemble des extensions préférées pour un système d'argumentation AF sera noté $\mathcal{E}_{pref}(AF)$.
Il est possible que la seule extension préférée d'un système d'argumentation soit l'ensemble vide, le système est alors qualifié de **trivial**.

Extensions stables

Le principe d'une extension stable pour un agent est le fait qu'elle attaque tous les arguments qu'elle n'a pas accepté.

Définition 7 (Extensions stables) *$S \subseteq A$ est une extension stable d'un système d'argumentation AF si et seulement si S est admissible et attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à S.*

L'ensemble des extensions stables pour un système d'argumentation AF sera noté $\mathcal{E}_{sta}(AF)$.

Extensions complètes

Dung a montré que la notion de point fixe permet de caractériser les extensions complètes. Pour cela, il introduit la fonction caractéristique d'un système d'argumentation.

Définition 8 (Fonction caractéristique) *La fonction caractéristique, notée F_{AF}, d'un système d'argumentation $AF = \langle A, R \rangle$ est définie de la façon suivante :*
$F_{AF} : 2^A \rightarrow 2^A$,
F_{AF}(S) = {a | a est acceptable par rapport à S}

Pour se référer à un système d'argumentation quelconque mais fixé, on écrira F au lieu de F_{AF}. En utilisant la fonction caractéristique, Dung montre qu'un ensemble d'arguments S est admissible si et seulement si $S \subseteq F(S)$.

Définition 9 (Extension complète) *Un ensemble d'arguments admissible S est une extension complète si et seulement si chaque argument, qui est acceptable pour S, appartient à S. Un ensemble S est une extension complète si et seulement si S est sans conflit et S = F(S).*

L'ensemble des extensions complètes pour un système d'argumentation AF sera noté $\mathcal{E}_{comp}(AF)$.

Les sémantiques présentées jusqu'à présent permettent à partir d'un système d'argumentation d'obtenir parfois plusieurs extensions. Par conséquent, un argument peut avoir plusieurs status : il peut être accepté par une extension et rejeté par une autre. Dung a donc proposé une autre sémantique donnant un status unique à n'importe quel argument.

Extensions de base

Dung va ainsi introduire une sémantique qui affine la sémantique complète, en insistant sur un aspect d'incontestabilité dans le choix de l'ensemble d'arguments. Le principe d'une extension de base pour un agent est le fait de retenir en premier lieu l'ensemble des arguments non-attaqués, et qu'il accepte ensuite tous les arguments défendus par ceux-ci. Et cela jusqu'à ne plus pouvoir accepter de nouveaux arguments. A la différence de toutes les autres, il ne peut exister qu'une seule extension de base.

Définition 10 (Extension de base) *L'extension de base d'un système d'argumentation AF, notée $\mathcal{E}_{gr}(AF)$, est le plus petit point fixe de F_{AF}.*

Notons aussi qu'un système d'argumentation possède toujours une extension de base, celle-ci pouvant être l'ensemble vide, c'est à dire que $\mathcal{E}_{gr}(AF) = \{\emptyset\}$.

Exemple 2 (Calcul d'extensions) *Soit le système d'argumentation $AF = \langle A, R \rangle$ avec $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ et $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, c), (d, e), (e, f), (f, g), (g, e)\}$. Déterminons les extensions, pour chaque sémantique, de ce système d'argumentation représenté par la figure 1.2 :*

Extensions préférées : $\mathcal{E}_{pref}$(AF) = {{a,c},{a,d,f}}
Extensions stables : $\mathcal{E}_{sta}$(AF) = {{a,d,f}}
Extensions de base : $\mathcal{E}_{gr}$(AF) = {{a}}
Extensions complètes : $\mathcal{E}_{comp}$(AF) = {{a},{a,c},{a,d,f}}

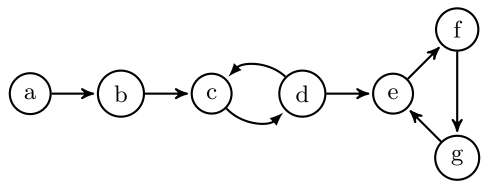


FIGURE 1.2 – Determiner les extensions du système d'argumentation AF

Relations entre les différentes sémantiques

Ces sémantiques sont loin d'être totalement indépendantes les unes des autres, bien au contraire. Il existe des liens, et plus particulièrement des inclusions, entre certaines de ces sémantiques.

Proposition 1 Voici les liens entre les différentes sémantiques :
— *Chaque extension stable est une extension préférée, mais pas l'inverse.*
— *Chaque extension préférée est une extension complète, mais pas l'inverse.*
— *L'extension de base est la plus petite extension complète, au sens de l'inclusion.*

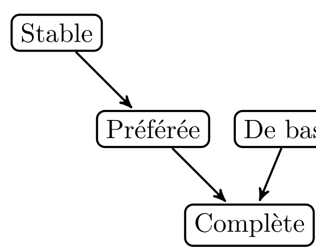


FIGURE 1.3 – Liens entre sémantiques

Notons que nous nous sommes ici intéressés aux sémantiques introduites par Dung, mais il en existe également beaucoup d'autres qui ont été introduites par la suite. C'est le cas des sémantiques suivantes :
— semi-stable [Cam06]
— prudente
— idéale [DMT07]
— ...

1.1.3 Conditions suffisantes pour la coïncidence des différentes sémantiques

Dans cette section, nous détaillerons les conditions suffisantes, mises en avant par Dung, qui permettent d'obtenir une équivalence entre les extensions de base, préférées et stables.

Système d'argumentation bien fondé

Définition 11 (Système d'argumentation bien fondé) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini. On dira que AF est bien fondé si et seulement si le graphe d'attaque de AF est acyclique, c'est à dire qu'il n'existe pas de suite infinie $A_0, A_1, ..., A_n$, ... tel que $\forall i$, $(A_i, A_{i+1}) \in R$.*

Notons qu'un système d'argumentation bien fondé possède exactement une extension qui est à la fois complète, de base, stable et préférée.

Système d'argumentation cohérent

Dung a également montré qu'il existe des cas où les extensions stables et préférées coïncident. En général, l'existence d'une extension préférée qui n'est pas stable démontre l'existence de certaines « anomalies » dans le système d'argumentation correspondant. Par exemple, le système d'argumentation AF $= \langle\{A\}, \{(A, A)\}\rangle$ possède une extension préférée qui n'est pas stable.

Définition 12 (AF cohérent et relativement de base) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini.*

1. *AF est cohérent si et seulement si chaque extension préférée de AF est aussi stable.*
2. *AF est relativement de base si et seulement si son extension de base coïncide avec l'intersection de toutes ses extensions préférées.*

1.2 Les Labellings

Afin de renforcer les différentes sémantiques de Dung, Caminada [Cam06] explique que les solutions d'un système d'argumentation peuvent être exprimées en utilisant le concept de *labelling*. Nous allons donc présenter, dans cette section, les notions introduites par Caminada concernant ces *labellings*.

1.2.1 Reinstatement labellings

Formellement, un labelling est une application L qui associe une étiquette (in, out, undec) à chaque argument de l'ensemble A du système d'argumentation AF $= \langle A, R\rangle$.

Définition 13 (AF-labelling) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Un AF-labbeling est une fonction (totale) :*

$$\mathcal{L} : A \to \{\text{in}, \text{out}, \text{undec}\}$$

On note :

— $in(\mathcal{L}) = \{a \in A \mid \mathcal{L}(a) = in\}$,

— $out(\mathcal{L}) = \{a \in A \mid \mathcal{L}(a) = out\}$
— $undec(\mathcal{L}) = \{a \in A \mid \mathcal{L}(a) = undec\}$

Afin de savoir quelles étiquettes associer à chaque argument, on utilise la relation d'attaque entre ces différents arguments, c'est le reinstatement labellings :

Définition 14 (Reinstatement labelling) *Soit $\mathcal{L}$ un AF-labelling. $\mathcal{L}$ est un reinstatement labelling si et seulement il satisfait :*
— $\forall a \in A : \mathcal{L}(a) = out$ si et seulement si $\exists b \in A : (b,a) \in R$ et $\mathcal{L}(b) = in$
— $\forall a \in A : \mathcal{L}(a) = in$ si et seulement si $\forall b \in A : (b,a) \in R \Rightarrow \mathcal{L}(b) = out$

On accepte donc un argument (*in*) si celui-ci n'est pas attaqué ou s'il est uniquement attaqué par des arguments rejettés (*out*). À l'inverse, un argument sera rejeté si celui-ci est attaqué par un argument accepté.

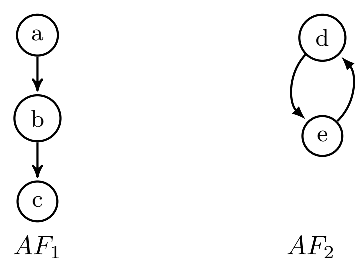


FIGURE 1.4 – Deux systèmes d'argumentation : AF_1 et AF_2

Illustrons la notion de reinstatement labelling sur les deux systèmes d'argumentation de la figure 1.4. Pour le système d'argumentation AF_1, il existe seulement un reinstatement labelling ($\mathcal{L}_1$) avec $\mathcal{L}_1$(a) = *in*, $\mathcal{L}_1$(b) = *out* et $\mathcal{L}_1$(c) = *in*. Pour le système d'argumentation AF_2, il existe trois reinstatement labellings ($\mathcal{L}_2$,$\mathcal{L}_3$, $\mathcal{L}_4$), avec $\mathcal{L}_2$(d) = *in* et $\mathcal{L}_2$(e) = *out*, $\mathcal{L}_3$(d) = *out* et $\mathcal{L}_3$(e) = *in* ou alors $\mathcal{L}_4$(d) = *undec* et $\mathcal{L}_4$(e) = *undec*.

1.2.2 Liens entre labellings et sémantiques de Dung

Caminada [Cam06] définit, dans la suite de son papier, deux fonctions qui, étant donné un système d'argumentation, permet de convertir un ensemble d'arguments en labelling et vice versa. La fonction $Ext2Lab_{(A,R)}$ prend en entrée un ensemble d'arguments (éventuellement une extension) pour la convertir en labelling. L'operation duale est notée $Lab2Ext_{(A,R)}$.
Dans la définition suivante, le labelling ne satisfait pas forcément les propriétés de reinstatement labelling et l'ensemble d'arguments n'est pas forcément une extension.

Définition 15 ($Ext2Lab_{(A,R)}$ et $Lab2Ext_{(A,R)}$) *Soient $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation, $Args \subseteq A$ avec $Args$ un ensemble sans conflit, et $\mathcal{L} : A \to \{\text{in, out, undec}\}$ un AF-labelling. On définit :*

- $Ext2Lab_{(A,R)}(Args) = \{(a,in) \mid a \in Args\} \cup \{(a,out) \mid \exists b \in Args : (b,a) \in R\} \cup \{(a,undec) \mid a \notin Args \text{ et } \nexists\ b \in Args : (b,a) \in R\}$
- $Lab2Ext_{(A,R)}(\mathcal{L}) = \{a \mid (a,in) \in \mathcal{L}\}$

Reinstatement labellings sans restrictions

Il est important de noter qu'un reinstatement labelling coïncide parfaitement avec la notion de sémantique complete de Dung. C'est ce qu'explique Caminada dans le théorème suivant :

Théorème 1 (Extension Complete/Reinstatement labelling) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Si $\mathcal{L}$ est un reinstatement labelling alors Lab2Ext($\mathcal{L}$) est une extension complete. Si Args est une extension complete alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling.*

Reinstatement labellings sans *undec*

Les reinstatement labellings où il y a aucun *undec* correspondent avec la sémantique stable de Dung. Cela parait logique, puisque, rappelons le, une extension stable attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à l'extension.

Théorème 2 (Extension Stable/Minimum undec) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Si $\mathcal{L}$ est un reinstatement labelling avec* undec($\mathcal{L}$)=$\emptyset$ *alors Lab2Ext($\mathcal{L}$) est une extension stable. Si Args est une extension stable alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* undec($\mathcal{L}$)=$\emptyset$.

Reinstatement labellings avec *in/out/undec* maximal

Il y a également un lien entre les reinstatement labellings où le nombre de *in* est maximal et les extensions préférées de Dung. Ce lien peut également être établi en regardant la définition des extensions préférées où le nombre d'arguments est maximal pour l'inclusion parmi les ensembles admissibles.

Théorème 3 (Extension Preferée/Maximum in) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Si $\mathcal{L}$ est un reinstatement labelling avec* in($\mathcal{L}$) *maximal pour l'inclusion alors Lab2Ext($\mathcal{L}$) est une extension préférée. Si Args est une extension préférée alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* in($\mathcal{L}$) *est maximal pour l'inclusion.*

Caminada a montré qu'un reinstatement labelling avec *out* maximal pour l'inclusion coïncide également avec les extensions préférées. Cela vient du fait que si le nombre de *in* augmente, d'après la définition de reinstatement labelling, alors le nombre de *out* augmente aussi.

Théorème 4 (Extension Preferée/Maximum out) *Soit* $AF = \langle A, R \rangle$ *un système d'argumentation. Si* $\mathcal{L}$ *est un reinstatement labelling avec* $\mathrm{out}(\mathcal{L})$ *maximal pour l'inclusion alors Lab2Ext(*$\mathcal{L}$*) est une extension préférée. Si Args est une extension préférée alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* $\mathrm{out}(\mathcal{L})$ *est maximal pour l'inclusion.*

Un reinstatement labelling avec un nombre maximal de *undec* correspond à la sémantique de base.

Théorème 5 (Extension de Base/Maximum undec) *Soit* $AF = \langle A, R \rangle$ *un système d'argumentation. Si* $\mathcal{L}$ *est un reinstatement labelling avec* $\mathrm{undec}(\mathcal{L})$ *maximal pour l'inclusion alors Lab2Ext(*$\mathcal{L}$*) est une extension de base. Si Args est une extension de base alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* $\mathrm{undec}(\mathcal{L})$ *est maximal pour l'inclusion.*

Reinstatement labellings avec *in/out/undec* minimal

Un reinstatement labelling avec un nombre minimal de *in* (resp. *out*) correspond à la sémantique de base.

Théorème 6 (Extension de Base/Minimum In-Out) *Soit* $AF = \langle A, R \rangle$ *un système d'argumentation. Si* $\mathcal{L}$ *est un reinstatement labelling avec* $\mathrm{in}(\mathcal{L})$ *(resp.* $\mathrm{out}(\mathcal{L})$*) minimal pour l'inclusion alors Lab2Ext(*$\mathcal{L}$*) est une extension de base. Si Args est une extension de base alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* $\mathrm{in}(\mathcal{L})$ *(resp.* $\mathrm{out}(\mathcal{L})$*) est minimal pour l'inclusion.*

Il reste le dernier cas, où il faut minimiser le nombre de undec. Caminada montre qu'il existe un lien entre les extensions préférées et les reinstatement labellings où *undec* est minimal pour l'inclusion, mais uniquement dans un sens.

Théorème 7 (Extension Preférée ⇐ Minimum Undec) *Soient* $AF = \langle A, R \rangle$ *un système d'argumentation et* $\mathcal{L}$ *un reinstatement labelling avec* $\mathrm{undec}(\mathcal{L})$ *minimal pour l'inclusion. Alors Lab2Ext(*$\mathcal{L}$*) est une extension préférée.*

Caminada introduit alors une nouvelle sémantique qui correspond aux reinstatement labellings où le nombre de *undec* est minimal pour l'inclusion. Il s'agit de celle qui maximise l'ensemble $Args \cup Args^+$ (où *Args* est une extension et $Args^+$ l'ensemble des arguments attaqués par *Args*).

Définition 16 (Extension semi-stable) *Soit* $AF = \langle A, R \rangle$ *un système d'argumentation et* $Args \subseteq A$*. Args est une extension semi-stable si et seulement si Args est une extension complete et* $Args \cup Args^+$ *est maximal pour l'inclusion.*

Le théorème suivant permet d'associer un reinstatement labelling qui minimise les *undec* avec la sémantique semi-stable :

Théorème 8 (Extension Semi-Stable/Minimum Undec) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Si $\mathcal{L}$ est un reinstatement labelling avec* undec($\mathcal{L}$) *est minimal alors Lab2Ext($\mathcal{L}$) est une extension semi-stable. Si Args est une extension semi-stable alors Ext2Lab(Args) est un reinstatement labelling où* undec($\mathcal{L}$) *est minimal.*

D'après les théorèmes précédents, Caminada a montré qu'il existe un lien entre les différents reinstatement labelling et les sémantiques de Dung. Ce lien est résumé dans la Table 1.1.

restriction reins. labellings	Sémantiques Dung
Sans restriction	Complete
Sans *undec*	Stable
Maximal *in*	Préférée
Maximal *out*	Préférée
Maximal *undec*	De base
Minimal *in*	De base
Minimal *out*	De base
Minimal *undec*	Semi-stable

Table 1.1 – Lien entre reinstatement labellings et sémantiques de Dung

1.3 Relation d'inférence

Nous avons vu précédemment comment déterminer, à partir d'un système d'argumentation, les extensions (ou les labellings) associées. Exceptée pour la sémantique de base où l'extension est unique, il est possible d'obtenir plusieurs extensions (ou labellings) pour une même sémantique.

Définition 17 (Ensembles d'extensions/labellings) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation et σ une sémantique donnée.*
On note $\mathcal{E}_\sigma(AF)$ l'ensemble des extensions de AF suivant la sémantique σ.
On note $\mathcal{RL}_\sigma(AF)$ l'ensemble des renstatement labellings de AF suivant la sémantique σ.

Il serait intéressant de savoir quel argument est accepté dans le cas où il existe plusieurs extensions. Plusieurs types d'inférence existent, parmi elles, les deux relations d'inférence les plus connues sont l'inférence sceptique et l'inférence crédule. Les deux permettant de déterminer quels arguments sélectionner à partir d'un ensemble d'extensions (ou de labellings).

L'inférence sceptique stipule que pour qu'un argument soit accepté, il faut que celui-ci appartienne à chaque extension (resp. reinstatement labelling) du système d'argumentation.

Définition 18 (Inférence sceptique) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation, σ une sémantique donnée et un argument $\alpha \in A$. On note par $\mid\!\sim^{\forall,\sigma}$ l'inférence sceptique définie pour la sémantique σ. On dira que AF infère sceptiquement α pour la sémantique σ, noté $AF \mid\!\sim^{\forall,\sigma} \alpha$, si et seulement si $\forall E \in \mathcal{E}_\sigma(AF)$, $\alpha \in E$.*

De manière similaire, concernant les *reinstatement labellings*, on a AF $\mid\!\sim^{\forall,\sigma} \alpha$ ssi $\forall \mathcal{L} \in \mathcal{RL}_\sigma(\text{AF})$ tel que $\mathcal{L}(\alpha) = \text{in}$.

L'inférence crédule est moins contraignante que l'inférence sceptique puisque pour qu'un argument soit accepté, il suffit que celui-ci appartient à au moins une extension (resp. reinstatement labelling) du système d'argumentation.

Définition 19 (Inférence credule) *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation, σ une sémantique donnée et un argument $\alpha \in A$. On note par $\mid\!\sim^{\exists,\sigma}$ l'inférence crédule définie pour la sémantique σ. On dira que AF infère crédulement α pour la sémantique σ, noté $AF \mid\!\sim^{\exists,\sigma} \alpha$, si et seulement si $\exists E \in \mathcal{E}_\sigma(AF)$, $\alpha \in E$.*

De manière similaire, concernant les *reinstatement labellings*, on a AF $\mid\!\sim^{\exists,\sigma} \alpha$ ssi $\exists \mathcal{L} \in \mathcal{RL}_\sigma(\text{AF})$ tel que $\mathcal{L}(\alpha) = \text{in}$.

Chapitre 2

Propriétés et opérateurs de fusion

En informatique, le problème de l'agrégation consiste à combiner un ensemble d'éléments afin d'en obtenir un unique. Dans le cadre de l'argumentation, ce problème prend en entrée, un ensemble de systèmes d'argumentation et retourne, en sortie, un ensemble d'entité (pouvant être un ou plusieurs systèmes d'argumentation, un ensemble d'extensions, ...) représentant la position du groupe. On pourra parler également de fusion de systèmes d'argumentation. Dans ce chapitre, nous avons décidé de répertorier les propriétés existantes, dans la littérature, et les éléments existants pouvant être utilisés pour la fusion de systèmes d'argumentation. Nous avons donc séparer ce chapitre en trois parties : une partie axiomatique, où nous allons lister les propriétés basées sur la théorie du choix social, proposées par Dunne et al. [DMW12], concernant les méthodes de fusion, une partie où nous introduisons un système d'argumentation proche de celui de Dung : les *weighted argumentation frameworks*. Enfin une dernière partie qui concerne l'étude d'un premier opérateur de fusion proposé par Coste-Marquis et al. [CMDK$^+$07].

2.1 Propriétés des fonctions d'agrégation

La théorie du choix social consiste à savoir comment définir les préférences collectives d'un groupe (société) à partir des préférences individuelles de chaque individu de ce groupe (ces préférences étant parfois conflictuelles entre les individus). Cette définition est très similaire au problème de l'agrégation.
Dans le papier de Dunne et al. [DMW12], où ce lien est mis en avant, plusieurs propriétés intéressantes ont été définies pour les fonctions d'agrégation. Ce sont ces propriétés que nous avons choisi d'introduire dans cette section. La fonction d'agrégation γ étant définit par la signature : $\gamma : \mathbb{AF}^n \rightarrow \mathbb{AF}$ (où $\mathbb{AF}^n$ représente tous les tuples de n systèmes d'argumentations, associés à un groupe d'agents $\mathcal{N}$, portant sur le même ensemble fini d'arguments $\mathcal{X}$ et $\mathbb{AF}$ la famille

de tous les systèmes d'argumentation possibles). Notons $\hat{AF} = (AF_1, \ldots, AF_n)$ un tuple quelconque de $\mathbb{AF}^n$ et AF^* le système d'argumentation correspondant au résultat de l'agrégation. Afin de pouvoir définir correctement les propriétés qui suivent, nous utiliserons les notations suivantes pour un système d'argumentation AF = $\langle A, R \rangle$:

- $a \in Att(AF)$ signifie que a est une attaque du système d'argumentation AF (i.e. a $\in$ R).
- $a \in Arg(AF)$ signifie que a est un argument du système d'argumentation AF (i.e. a $\in$ A).

Anonymat

Une fonction d'agrégation est dite *anonyme* (ANON) si elle ne prend pas en compte l'identité des agents lors de la création du nouveau système d'argumentation. En d'autres termes, le résultat doit être le même quel que soit l'ordre des agents choisi. Soit $\Pi(\hat{AF})$ l'ensemble des permutations possibles du tuple $\hat{AF}$:

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \forall \hat{AF}' \in \Pi(\hat{AF}) : \gamma(\hat{AF}) = \gamma(\hat{AF}') \qquad \textbf{(Anonymat)}$$

Non-trivial

Une fonction d'agrégation est dite *non-triviale* si elle garantit de produire une réponse « significative », c'est à dire qu'elle garantit de produire, en sortie, un système d'argumentation non-trivial. Un système d'argumentation AF est non-trivial, pour une sémantique σ, s'il possède au moins une extension non vide : $\mathcal{E}_\sigma(AF) \neq \{\emptyset\}$ et $|\mathcal{E}_\sigma(AF)| \geqslant 1$. Notons $\mathbb{AF}_{NT,\sigma}$ la famille des systèmes d'argumentation non-triviaux pour une sémantique σ donnée.
La fonction d'agrégation γ est *σ-fortement non-trivial* (σ-SNT) si quel que soit les AF en entrée, AF^* est non-trivial :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \gamma(\hat{AF}) \in \mathbb{AF}_{NT,\sigma} \qquad \textbf{(σ-fortement non-trivial)}$$

La fonction d'agrégation γ est *σ-faiblement non-trivial* (σ-WNT) si on part d'un ensemble d'AF non-trivial pour obtenir un système d'argumentation non-trivial également :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n_{NT,\sigma} : \gamma(\hat{AF}) \in \mathbb{AF}_{NT,\sigma} \qquad \textbf{(σ-faiblement non-trivial)}$$

Decisive

Une fonction d'agrégation est dite *decisive* si elle garantie d'avoir, en sortie, un système d'argumentation décisif. Un système d'argumentation est décisif, pour une sémantique σ, s'il possède une unique extension non vide : $\mathcal{E}_\sigma(AF) \neq \{\emptyset\}$ et $|\mathcal{E}_\sigma(AF)| = 1$. C'est donc un cas particulier de non-trivial.

Notons $\mathbb{AF}_{D,\sigma}$, la famille des systèmes d'argumentation décisifs pour une sémantique σ donnée.
La fonction d'agrégation γ est *σ-fortement decisive* (σ-SD) si quels que soient les AF en entrée, le résultat de l'agrégation donne un AF decisif :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \gamma(\hat{AF}) \in \mathbb{AF}_{D,\sigma}. \qquad \textbf{(σ-fortement décisive)}$$

La fonction d'agrégation γ est *σ-faiblement décisive* (σ-WD) si en partant d'un ensemble d'AF décisifs, on obtient un système d'argumentation décisif également :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n_{D,\sigma} : \gamma(\hat{AF}) \in \mathbb{AF}_{D,\sigma}. \qquad \textbf{(σ-faiblement décisive)}$$

Unanimité

La prochaine propriété part du principe que si tous les agents sont unanimes concernant un aspect du domaine (extensions, attaques, ...) pour une sémantique σ donnée, alors cette unanimité doit être reflétée dans le système d'argumentation de sortie. Le système d'argumentation associé à l'agent k sera noté AF_k. Dans les propriétés suivantes, on dira qu'un aspect (attaque, extension, argument appartenant à l'inférence crédule ou sceptique) appartient à l'intersection des tous les AF en entrée s'il apparaît dans chacun de ces AF.

- La condition d'*Attaque Unanime* (UA) concerne les attaques entre arguments.
  $\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,$ *pour toute attaque* a :
  $$a \in \bigcap_{k=1}^{n} Att(AF_k) \Rightarrow a \in Att(\gamma(AF_1, ..., AF_n)). \qquad \textbf{(Attaque Unanime)}$$
- La condition d'*σ-unanime* (σ-U) concerne les extensions :
  $$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \bigcap_{k=1}^{n} \mathcal{E}_\sigma(AF_k) \subseteq \mathcal{E}_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)). \qquad \textbf{(σ-Unanime)}$$
- La condition d'*ca_σ-unanime* (ca_σ-U) concerne l'inférence crédule :
  $$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \bigcap_{k=1}^{n} ca_\sigma(AF_k) \subseteq ca_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)). \qquad \textbf{(ca_σ-Unanime)}$$
- La condition d'*sa_σ-unanime* (sa_σ-U) concerne l'inférence sceptique :
  $$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \bigcap_{k=1}^{n} sa_\sigma(AF_k) \subseteq sa_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)). \qquad \textbf{(sa_σ-Unanime)}$$

Majorité

L'unanimité semble être une propriété raisonnable pour une fonction d'agrégation. Une autre propriété peut également être intéressante à observer : la majorité. Si une majorité stricte d'agents est d'accord avec un aspect du domaine, alors celui-ci doit être également présent dans le système d'argumentation en sortie. Tout comme pour l'unanimité, plusieurs variantes existent pour la majorité.

— La condition d'*Attaque Majoritaire* (MAJ-A) concerne les attaques entre arguments :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,\ \textit{pour toute attaque } a : \\ (|\{AF_i : a \in Att(AF_i)\}| > \tfrac{n}{2}) \Rightarrow a \in Att(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) \tag{Attaque Majoritaire}$$

— La condition d'σ*-majoritaire* (σ-MAJ) concerne les extensions :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,\ \textit{pour tout ensemble d'arguments } S \subseteq \mathcal{X} : \\ (|\{AF_i : S \in \mathcal{E}_\sigma(AF_i)\}| > \tfrac{n}{2}) \Rightarrow S \in \mathcal{E}_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) \tag{σ-majoritaire}$$

— La condition d'ca_σ*-majoritaire* (ca_σ-MAJ) concerne l'inférence crédule :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,\ \textit{pour tout argument } x \in \mathcal{X} : \\ (|\{AF_i : x \in ca_\sigma(AF_i)\}| > \tfrac{n}{2}) \Rightarrow x \in ca_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) \tag{ca_σ-majoritaire}$$

— La condition d'sa_σ*-majoritaire* (sa_σ-MAJ) concerne l'inférence sceptique :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,\ \textit{pour tout argument } x \in \mathcal{X} : \\ (|\{AF_i : x \in sa_\sigma(AF_i)\}| > \tfrac{n}{2}) \Rightarrow x \in sa_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) \tag{sa_σ-majoritaire}$$

Fermeture

La propriété de fermeture consiste à dire que la fonction d'agrégation ne doit rien inventer, c'est à dire si elle produit un aspect du domaine quelconque en sortie, alors cet aspect doit être obligatoirement présent en entrée. Il existe également plusieurs aspects pour la fermeture.

— La *fermeture* (CLO) dit que le graphe de sortie doit correspondre exactement à un des graphes d'entrée :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \exists i \in \mathcal{N} : \gamma(AF_1, ..., AF_n) = AF_i \tag{Fermeture}$$

— L'*attaque fermée* (AC) dit qu'une attaque du graphe de sortie doit obligatoirement être présente dans un des graphes d'entrée (l'union de tous les AF en entrée) :

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : Att(\gamma(AF_1, \ldots, AF_n)) \subseteq Att(AF_1)\ \cup\ \ldots\ \cup\ Att(AF_n)$$

(Attaque fermée)

— Une propriété similaire existe également pour les extensions (σ-*fermeture*) (σ-C), pour l'inférence crédule (ca_σ-*fermeture*) (ca_σ-C) et pour l'inférence sceptique (sa_σ-*fermeture*) (sa_σ-C).

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \forall S \in \mathcal{E}_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) : S \in \bigcup_{k=1}^{n} \mathcal{E}_\sigma(AF_k)$$

(σ-fermeture)

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \forall x \in ca_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) : x \in \bigcup_{k=1}^{n} ca_\sigma(AF_k)$$

(ca_σ-fermeture)

$$\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \forall x \in sa_\sigma(\gamma(AF_1, ..., AF_n)) : x \in \bigcup_{k=1}^{n} sa_\sigma(AF_k)$$

(sa_σ-fermeture)

Au vue de la diversité et du nombre de propriétés, il existe des cas où la fonction d'agrégation ne peut pas garantir de satisfaire simultanément un ensemble de propriétés : ce sont les théorèmes d'impossibilité.

Théorème 9 (Théorème d'impossibilité) [DMW12] *Si une procedure d'agrégation satisfait* MAJ-A *et* AC*, alors elle ne peut pas satisfaire SNT, WNT, SD, CLO, pref-C, ca-C, sa-C.*

Afin d'appuyer ce théorème, l'exemple suivant peut être utilisé :

Exemple 3 *: Soient trois systèmes d'argumentation décisifs et non-trivials :*

— $AF_1 = \{\{a, b, c\}, \{(a, b), (b, c)\}\}$
— $AF_2 = \{\{a, b, c\}, \{(b, c), (c, a)\}\}$
— $AF_3 = \{\{a, b, c\}, \{(c, a), (a, b)\}\}$

Nous avons les extensions préférées suivantes : $\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a, c\}\}$, $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, b\}\}$ *et* $\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{\{b, c\}\}$*. Il est clair que chaque attaque (a,b), (b,c), (c,a) est présente pour la majorité des agents et apparaît donc dans* AF^**. Cependant,* AF^* *n'est plus décisif et est même devenu trivial puisque* $\mathcal{E}_{pref}(AF^*) = \{\emptyset\}$.

2.2 Weighted argumentation frameworks

Dans cette partie, nous allons décrire les éléments utiles afin d'utiliser une méthode permettant de fusionner plusieurs systèmes d'argumentation (représentant les croyances pour un groupe d'agents) afin d'en obtenir un nouveau (unique), en sortie, reflétant la position du groupe.

Avant de décrire cette méthode, il est intéressant de définir un autre type de modèle permettant de représenter le principe d'argumentation : le WAF (weighted argumentation frameworks) initialement introduit par Dunne et al. [DHM+11] puis repris par plusieurs autres auteurs [CMKMO12a]. La particularité d'un WAF, par rapport à un système d'argumentation de Dung, est qu'il possède un poids sur chaque attaque. Ce poids peut être interprété de différentes façons possibles : la véracité de l'information d'attaque (plus le poids est élevé plus l'attaque est viable), la force de l'attaque ou encore, comme cela peut nous intéresser pour l'agrégation, le nombre d'agents en accord avec cette attaque.

Définition 20 (Weighted argumentation frameworks) [CMKMO12a] *Un Weighted argumentation framework (WAF) est un triplet WAF* $= \langle A, R, w\rangle$ *où* $\langle A, R\rangle$ *est un système d'argumentation de Dung, et* $w : A \times A \to \mathbb{N}$ *est une fonction qui associe un entier naturel à chaque attaque (i.e.* $w(a,b) > 0$ *ssi* $(a,b) \in R$*), null sinon (i.e.* $w(a,b) = 0$ *ssi* $(a,b) \notin R$*).*

Notons $\widehat{WAF}$ le système d'argumentation standard correspondant au WAF $= \langle A, R, w\rangle$, obtenu en retirant les poids, i.e. $\widehat{WAF} = \langle A, R\rangle$.

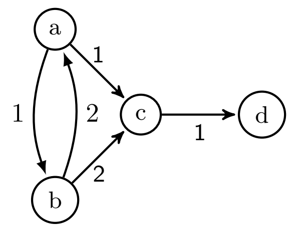


FIGURE 2.1 – Un Weighted Argumentation Framework

2.2.1 *Best extensions*

Nous avons vu, dans les sections précédentes, qu'il est possible d'obtenir plusieurs extensions pour un système d'argumentation et une sémantique donnée. Sélectionner parmi ces extensions, les meilleures selon certains critères, peut donc être très intéressant (notamment afin d'obtenir un meilleur résultat pour l'inférence).
En utilisant les WAF, Coste-Marquis et al. [CMKMO12a] montrent qu'il est possible de tirer avantage des poids disponibles sur les attaques, afin de sélectionner les extensions qui peuvent le mieux se défendre elles-mêmes. Afin de pouvoir comparer plusieurs extensions, il faut donc leurs attribuer un score en utilisant différents critères. Le calcul de ses scores requiert l'utilisation d'une fonction d'agrégation :

Définition 21 (Fonction d'agrégation) [CMKMO12a] *Une fonction d'agrégation* $\oplus$ *est une fonction de* $\mathbb{N}^n$ *vers* $\mathbb{N}$ *telle que :*
— *si* $x \leq y$*, alors* $\oplus(x_1, ..., x, ..., x_n) \leq \oplus(x_1, ..., y, ..., x_n)$ ***(monotonie)***

— $\oplus(0, x_1, ..., x_n) = \oplus(x_1, ..., x_n)$ ***(élément neutre)***
— $\oplus(x_1, ..., x_n) = 0$ *ssi* $x_1 = ... = x_n = 0$ ***(minimalité)***
— $\oplus(x) = x$ ***(identité)***
— $\oplus(x_1, ..., x_n) = \oplus(x_{\pi(1)}, ..., x_{\pi(n)})$ *pour toute permutation* π ***(symétrie)***

Les fonctions d'agrégation les plus courantes sont la somme (Σ) et le maximum (*max*), mais plusieurs autres choix sont également possibles (leximax, leximin, etc.). Dans la suite de ce mémoire, nous nous focaliserons principalement sur la somme et le maximum car ce sont les plus utilisés. Cependant, il serait également intéressant de regarder, à l'avenir, les résultats obtenus avec les autres fonctions afin de les comparer.

Finalement, le score d'attaque entre deux ensembles d'arguments peut être défini comme ceci :

Définition 22 ($\oplus$-attaque) [CMKMO12a] *Soit WAF = $\langle A, R, w\rangle$ un weighted argumentation framework. Soient A_1, A_2 deux sous-ensembles de A et $\oplus$ une fonction d'agrégation. La $\oplus$-attaque de A_1 vers A_2 est :* $S_\oplus(A_1 \rightarrow A_2) = \oplus_{a \in A_1, b \in A_2} w(a, b)$.

Exemple 4 *: Utilisons la sémantique préférée afin de calculer les extensions du $\widehat{WAF}$ correspondant au WAF de la figure 2.1. Il y a deux extensions possibles $\mathcal{E}_{pref}$={E_1, E_2} avec E_1={a,d} et E_2={b,d}. Calculons maintenant la* Σ-attaque *entre les deux extensions E_1 et E_2 :*
$S_\Sigma(E_1 \rightarrow E_2) = S_\Sigma(\{a, d\} \rightarrow \{b, d\}) = w(a,b) + w(a,d) + w(d,b) + w(d,d) = 1$
$S_\Sigma(E_2 \rightarrow E_1) = S_\Sigma(\{b, d\} \rightarrow \{a, d\}) = w(b,a) + w(b,d) + w(d,a) + w(d,d) = 2$

Grâce aux $\oplus$-attaques, il existe plusieurs façons de sélectionner les extensions basées sur leurs scores. Une des façons de procéder est de comparer ces extensions deux à deux. En effet, une extension E_1 peut être considérée meilleure qu'une autre extension E_2 quand l'attaque de E_1 contre E_2 est plus forte que l'attaque de E_2 contre E_1 :

Définition 23 ($>_\oplus$) [CMKMO12a] *Soit WAF = $\langle A, R, w\rangle$, un weighted argumentation framework. Soient E_1 et E_2 deux extensions de $\widehat{WAF}$ =$\langle A, R\rangle$ pour une sémantique donnée. Soit $\oplus$ une fonction d'agrégation. Alors $E_1 >_\oplus E_2$ ssi $S_\oplus(E_1 \rightarrow E_2) > S_\oplus(E_2 \rightarrow E_1)$.*

Exemple 5 ***(suite) :*** *En utilisant les calculs des Σ-attaques des deux extensions E_1={a,d} et E_2={b,d}, nous obtenons :*

$$S_\Sigma(E_1 \rightarrow E_2) < S_\Sigma(E_2 \rightarrow E_1) \Rightarrow E_1 <_\Sigma E_2$$

Il existe au moins quatre façons intuitives d'exploiter l'ordre $>_\oplus$ afin de sélectionner les extensions :

Définition 24 (*best*$^{\oplus}$) [CMKMO12a] *Soient* $WAF = \langle A, R, w\rangle$, *un weighted argumentation framework et* $\mathscr{E}$ *l'ensemble des extensions du* $\widehat{WAF} = \langle A, R\rangle$ *pour une sémantique donnée. Soit* $\oplus$ *une fonction d'agrégation.*

- $best_1^{\oplus}(\mathscr{E}) = \{E \in \mathscr{E} \mid \nexists E' \in \mathscr{E}, E' >_{\oplus} E\}$
- $best_2^{\oplus}(\mathscr{E}) = argmax_{E\in\mathscr{E}}|\{E' \in \mathscr{E} \mid E >_{\oplus} E'\}|$
- $best_3^{\oplus}(\mathscr{E}) = argmax_{E\in\mathscr{E}}|\{E' \in \mathscr{E} \mid E >_{\oplus} E'\}| - |\{E' \in \mathscr{E} \mid E' >_{\oplus} E\}|$
- $best_4^{\oplus}(\mathscr{E}) = argmax_{E\in\mathscr{E}} KS_{\oplus}(E)$, où $KS_{\oplus}(E) = min_{E'\in\mathscr{E},E'\neq E}(S_{\oplus}(E \rightarrow E'))$

La première règle ($best_1^{\oplus}$) consiste à sélectionner les extensions qui ne sont jamais battues par d'autres extensions. Le problème de cette méthode est qu'il est possible d'obtenir un ensemble vide comme réponse ($best_1^{\oplus}(\mathscr{E}) = \{\emptyset\}$). Ce qui n'est pas le cas avec les autres règles (qui retournent un ensemble d'extension non-vide). La seconde règle ($best_2^{\oplus}$) sélectionne les extensions en comptant celles qui battent le plus d'autres extensions. Pour les deux dernières règles, un lien avec la théorie du vote a été établi. En effet, la troisième règle ($best_3^{\oplus}$) est similaire à la règle de Copeland [SM96], car le score d'un extension E correspond à la différence entre le nombre d'extensions battus par E et le nombre d'extensions qui battent E. Enfin, la dernière règle ($best_4^{\oplus}$) est liée à la précédente, mais au lieu de juste compter les victoires et les défaites pour une extension E, elle sélectionne les extensions ayant obtenues le score minimal le plus élevé contre d'autres extensions. Cette règle est étroitement liée à la règle de vote de Kramer-Simpson [Sim69, Kra77].

Cependant, il existe certaines situations où sélectionner les meilleures extensions semble inutile. C'est le cas, si nous obtenons un Weighted Argumentation Framework (WAF) trivial, avec $\mathcal{E}_{\sigma}(\text{WAF}) = \{\emptyset\}$, où il n'y a aucune extension à comparer.

2.2.2 *Relaxing extensions*

Une solution permettant de contrer ce problème consiste à rendre un WAF trivial, non trivial. Pour cela, Coste-Marquis et al. [CMKMO12b] cherchent un ensemble d'attaques (le plus souvent minimal) qui, après suppression de ces attaques, permet au système d'argumentation de devenir non-trivial.
Afin de determiner et sélectionner ces ensembles d'attaques, Coste-Marquis et al. définissent, dans un premier temps, la notion de *relaxing attack* :

Définition 25 (*Relaxing Attacks* utilisant $\oplus$) [CMKMO12b] *Soit* $WAF = \langle A, R, w\rangle$ *un weighted argumentation framework et* $S \subseteq R$. *L'agrégation* $\oplus$ *des poids sur les attaques pour un ensemble S est définie :*

$$w_{\oplus}(S, w) = \oplus_{(a,b)\in S} w(a, b)$$

La fonction $Sub(R,w,\beta)$, *qui retourne l'ensemble des sous-ensembles de R dont* *le poids total n'excède pas β, est définie :*

$$Sub(R, w, \beta) = \{S \mid S \subseteq R \ et \ w_{\oplus}(S, w) \leq \beta\}$$

Puis dans un second temps, ils définissent les *relaxing extensions* d'un WAF, notés $\sigma_{\oplus}^{\beta}$-extensions.

Définition 26 ($\sigma_{\oplus}^{\beta}$-extensions) [CMKMO12b] *Etant donné un weighted argumentation framework $WAF = \langle A, R, w\rangle$, une sémantique σ et une fonction d'agrégation $\oplus$, l'ensemble des* relaxing extensions *($\sigma_{\oplus}^{\beta}$-extensions) d'un WAF, noté $\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta}(\langle A, R, w\rangle)$, est défini comme suit :*

$$\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta}(\langle A, R, w\rangle) = \{E \in \mathcal{E}_{\sigma}(\langle A, R \backslash S\rangle) \mid S \in Sub(R, w, \beta)\}.$$

Notons que pour tout weighted argumentation framework, indépendamment de la sémantique σ choisie, nous aurons $\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,0}(\langle A, R, w\rangle) = \mathcal{E}_{\sigma}(\langle A, R\rangle)$.

Exemple 6 *Soit un weighted argumentation framework $WAF = \langle A, R, w\rangle$ avec $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $R = \{(c, a), (c, b), (d, c), (d, e), (e, d), (e, f)\}$ et $w : (c, a) \to 5$, $(c, b) \to 5$, $(d, c) \to 5$, $(d, e) \to 1$, $(e, d) \to 2$ et $(e, f) \to 5$.*

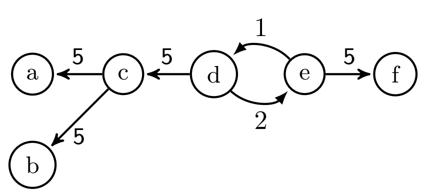


FIGURE 2.2 – Weighted argumentation framework WAF de l'exemple 6

β	$\mathcal{E}_{pref}^{\Sigma,\beta}$(WAF)	$\mathcal{E}_{gr}^{\Sigma,\beta}$(WAF)
0	{{c,e},{a,b,d,f}}	{∅}
1	{{c,e},{a,b,d,f}}	{∅,{c,e}}
2	{{c,e},{a,b,d,f}}	{∅,{c,e},{a,b,d,f}}
3	{{c,e},{a,b,d,f},{a,b,d,e}}	{∅,{c,e},{a,b,d,f},{a,b,d,e}}

TABLE 2.1 – $\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta}$(WAF) pour une valeur de β donnée

Sur cet exemple, l'extension de base associé au système d'argumentation classique $\widehat{WAF}$ est l'ensemble vide : $\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF}) = \{\emptyset\}$. Cependant, si nous utilisons les relaxing extensions*, de nouvelles extensions sont générées. C'est le cas si nous prenons β=2 : $\mathcal{E}_{gr}^{\Sigma,2}(WAF) = \{\emptyset, \{c, e\}, \{a, b, d, f\}\}$.*

Contrairement aux ensembles de Dung où il existe une unique extension de base, en utilisant les *relaxing extensions*, il est possible d'en obtenir plusieurs en supprimant les différents ensembles d'attaques (c'est le cas sur l'exemple 6). De plus, il existe des cas où l'ensemble vide est présent dans l'ensemble des *relaxing extensions*, ce qui peut poser problème pour l'inférence sceptique. Afin de remédier ce problème, dans le cas où il existe d'autres extensions non-vides, il suffit de supprimer l'ensemble vide de notre ensemble :

Définition 27 (Extensions non-triviale) [CMKMO12b] *Un ensemble d'extensions est non-trivial si il contient au moins une extensions non-vide. Etant donné un ensemble d'extension $\mathcal{E}$, l'ensemble des extensions non-vides de $\mathcal{E}$ est défini par :*

$$\overline{\mathcal{E}} = \begin{cases} \mathcal{E} \setminus \{\emptyset\} & si\ \exists E \in \mathcal{E}, E \neq \emptyset \\ \mathcal{E} & sinon \end{cases}$$

Exemple 7 *Dans la Table 2.1, où l'ensemble vide appartient bien à l'ensemble des extensions sous la sémantique de base. Si on applique la définition précédente, on obtient le même résultat si $\beta = 0$, $\overline{\mathcal{E}_{gr}^{\Sigma,0}(WAF)} = \{\emptyset\}$. En effet, l'ensemble vide étant l'unique extension, il n'y a pas d'autre choix possible. Par contre, dans le cas où $\beta = 2$ par exemple, $\overline{\mathcal{E}_{gr}^{\Sigma,2}(WAF)} = \{\{c, e\}, \{a, b, d, f\}\}$.*

Il est donc maintenant possible, en utilisant la notion d'extension non-triviale $\overline{\mathcal{E}}$, d'obtenir une inférence sceptique qui est non-triviale, quand l'extension vide existe :

Définition 28 (Inférence sceptique non-triviale) [CMKMO12b] $\mid\!\sim^{\forall,\sigma}$ *représente la relation d'inférence sceptique non-triviale pour un sémantique σ. $WAF \mid\!\sim^{\forall,\sigma} a$ si a appartient à toutes les σ-extensions non-triviales, i.e., $WAF \mid\!\sim^{\forall,\sigma} a$ ssi $\forall E \in \overline{\mathcal{E}_\sigma(WAF)}$, $a \in E$.*

Revenons à la définition des *relaxing extensions*. Il faut savoir que dans certains cas, choisir une valeur de β trop grande n'est pas intéressant, puisqu'il existe toujours une valeur de β où toutes les attaques sont « supprimées », et dont l'unique extension de la sémantique sera l'ensemble des arguments A.

Proposition 2 [CMKMO12b] *Soit WAF un weighted argumentation framework. Alors il existe toujours un β tel que $\mathcal{E}_\sigma^{\oplus,\beta}(WAF)$ est non-trivial.*

La valeur la plus intéressante pour β est la plus petite valeur permettant d'obtenir une extension non-triviale (pour la sémantique choisie). Pour Coste-Marquis et al. [CMKMO12b], le but principal de cette construction est de déterminer les *relaxing extensions* pour cette plus petite valeur de β. Ils définissent donc les extensions correspondantes dans la définition suivante :

Définition 29 ($\sigma^{\oplus}$-extensions) [CMKMO12b] *Etant donné un weighted argumentation framework $WAF = \langle A, R, w\rangle$, une sémantique σ et une fonction d'agrégation $\oplus$, l'ensemble des $\sigma^{\oplus}$-extensions du WAF, noté $\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus}(\langle A, R, w\rangle)$ est défini comme :*

$$\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus}(\langle A, R, w\rangle) = \mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta}(\langle A, R, w\rangle)$$

où :

— *$\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta}(\langle A, R, w\rangle)$ est non-trivial,*

— *Il n'existe pas de $\beta' < \beta$ tel que $\mathcal{E}_{\sigma}^{\oplus,\beta'}(\langle A, R, w\rangle)$ est non-trivial.*

Nous avons donc, dans un premier temps, étudié un dérivé des systèmes d'argumentation de Dung : le Weighted Argumentation Framework (WAF) où un poids est ajouté sur les attaques . Puis, dans un second temps, nous avons vu plusieurs méthodes qui permettent de mettre en avant certaines extensions, obtenues grâce aux WAF. Pour cela, Coste-Marquis et al. [CMKMO12a] proposent d'associer un score à chaque extensions afin de pouvoir les comparer en utilisant une fonction d'agrégation. Enfin, en cas d'obtention d'un weighted argumentation framework trivial, nous avons vu qu'il est possible de déterminer une valeur de β permettant, après « suppression » de certaine attaques, d'obtenir un ensemble d'extensions non-triviales.

2.3 Merging PaAF

Un cas général pour la fusion de systèmes d'argumentation à la Dung a été présenté par Coste-Marquis et al. [CMDK+07]. Cette méthode est composée de trois étapes importantes : dans un premier temps, chaque système d'argumentation (ne portant pas nécessairement sur le même ensemble d'arguments) est transformé en système d'argumentation partiel (expansion) basé sur l'ensemble de tous les arguments considérés par le groupe d'agents, permettant ainsi de comparer les AF deux à deux. La seconde étape consiste à sélectionner, comme résultat de la fusion, un ou plusieurs AF étant le plus proche possible de la position du groupe. Pour cela, Coste-Marquis et al. ont choisi de sélectionner les AF minimisant une fonction cumulant les distances entre l'AF sélectionné et les expansions calculées lors de la première étape. Enfin, une méthode de vote est utilisée sur les extensions, obtenues grâce aux expansions choisies, de façon à extraire les ensembles d'arguments acceptables pour le groupe.

2.3.1 Système d'argumentation partiel

Un système d'argumentation partiel (PaAF) est quasiment similaire à un système d'argumentation. En effet, Coste-Marquis et al. ont introduit une nouvelle attaque basée sur l'ignorance de l'agent à savoir si cette attaque existe ou non. Dans le cadre de Dung, il y a deux choix possibles pour un agent : soit il est d'accord avec l'attaque, dans ce cas là celle-ci est représentée dans l'AF, soit il n'est pas d'accord et il n'y a pas d'attaque dans l'AF. Un autre choix pourrait alors être possible avec les PaAF : l'agent ne sait pas s'il y a une attaque ou pas.

Définition 30 (Système d'argumentation partiel PaAF) [CMDK+07] *Un système d'argumentation partiel sur un ensemble d'arguments A est un tuple* $PaAF = \langle A, R, I, N \rangle$ *tel que :*
- — *A un ensemble d'arguments,*
- — *R une relation d'attaque entre deux arguments,*
- — *I une relation d'ignorance entre deux arguments, telle que* $R \cap I = \emptyset$*,*
- — $N = (A \times A) \backslash (R \cup I)$ *une relation de non-attaque.*

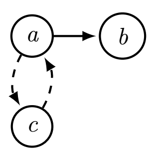
N peut être déduite de R et I, donc un système d'argumentation partiel peut être spécifié par le triplet $\langle A, R, I \rangle$*.*

Chaque PaAF peut être vu comme une représentation compacte d'un ensemble d'AF que l'on nomme *completions*. En effet, la complétion d'un PaAF est un AF classique où chaque relation d'ignorance entre deux arguments est remplacée ou non par une relation d'attaque :

Définition 31 (Complétion PaAF) [CMDK+07] *Une complétion de PaAF* $= \langle A, R, I \rangle$ *est un système d'argumentation AF =* $\langle A', R' \rangle$ *tel que :*
- — $A' = A$
- — $R \subseteq R' \subseteq R \cup I$

Sauf si le PaAF est tel que $I = \emptyset$, alors celui-ci possède plusieurs completions possibles. Pour être plus précis, il en existe exactement $2^{|I|}$.

Exemple 8 *Le systèmes d'argumentation partiel* $PaAF = \langle A = \{a, b, c\}, R = \{(a, b)\}, I = \{(a, c), (c, a)\}, N = \{(a, a), (b, b), (c, c), (b, a), (b, c), (c, b)\} \rangle$ *est illustré sur la figure suivante :*



PaAF

Les complétions de ce PaAF sont :

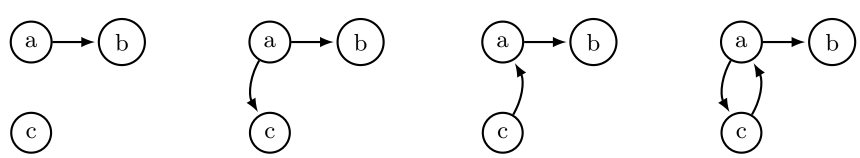


FIGURE 2.3 – Complétions d'un PaAF

A partir de l'ensemble des systèmes d'argumentation à fusionner, Coste-Marquis et al. proposent une méthode permettant d'étendre un système d'argumentation en s'accordant avec les autres agents. En effet, les $AF_i = \langle A_i, R_i \rangle$ des différents agents peuvent porter sur des arguments différents (i.e. $A_i \neq A_j$). De ce fait, certains agents ne connaissent pas certain argument, d'où la nécessité d'avoir une représentation de l'ignorance concernant les attaques. Cette méthode permettant de « regrouper » ces arguments, est appelée *expansion consensuelle* et nous allons rappeler, par la suite, les étapes de sa construction.

2.3.2 Expansion

L'étape avant la fusion, consiste à « transformer » les systèmes d'argumentation à fusionner (appelés aussi profil) en expansions consensuelles afin qu'il contiennent les mêmes arguments. Cependant, ce changement ne peut pas se faire de n'importe quelle façon.

Définition 32 (Expansion consensuelle) [CMDK+07] *Soit $P = \langle AF_1, ..., AF_n \rangle$ un profil de n AF tel que $AF_i = \langle A_i, R_i \rangle$. Soit $AF = \langle A, R, N \rangle$ un système d'argumentation. Soit conf(P) = $(\bigcup_i R_i) \cap (\bigcup_i N_i)$ l'ensemble des couples d'arguments avec lesquels le profil P est en désaccord. L'expansion consensuelle de AF_k étant donnée P est un tuple noté $exp_C(AF_k, P) = \langle A', R', I', N' \rangle$ avec :*
- *A' = $A \cup \bigcup_i A_i$,*
- *R' = $R \cup ((\bigcup_i R_i \backslash conf(P)) \backslash N)$,*
- *I' = $conf(P) \backslash (R \cup N)$,*
- *N' = $(A' \times A') \backslash (R' \cup I')$.*

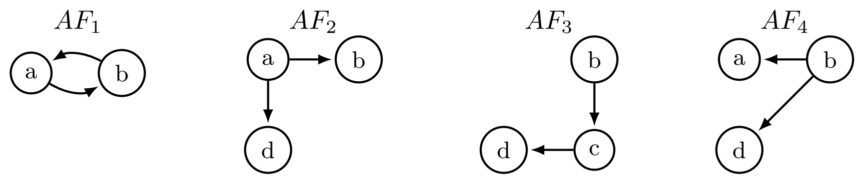
L'expansion consensuelle est parmi les expansions les plus prudentes car elle conduit à l'ajout d'une paire d'arguments pour une attaque (ou une relation de non-attaque) associé à un agent seulement si tous les autres agents sont en accord sur cette relation. En cas de conflits, alors l'interaction entre les arguments en question est jugée ignorée.

Exemple 9 [CMDK+07] *Soit un profil $P = \langle AF_1, AF_2, AF_3, AF_4 \rangle$, les expansions de chaque AF_i étant donné P sont représentée dans la figure 2.4 :*

Notons que cette étape est inutile si tous les AF initiaux portent sur le même ensemble d'arguments A.

2.3.3 Opérateurs Merging

Maintenant que les différents AF possèdent les mêmes arguments, il est possible de passer à l'étape suivante. L'étape de fusion permet de sélectionner un ou plusieurs AF représentant au mieux le profil d'agents. Le but est de caractériser les systèmes d'argumentation qui sont aussi proches que possible du profil compte tenu des différents systèmes d'argumentation à fusionner. Afin d'y parvenir, Coste-Marquis et al. propose de définir une notion de distance entre systèmes d'argumentation et un profil (ou plus généralement entre un PaAF et un profil de PaAF) afin de définir cette notion de proximité.



On obtient conf(P) $= \{(a, b), (b, a), (a, d), (b, d)\}$.
Pour chaque agent i, l'expansion consensuelle $PaAF_i$ de chaque AF_i est donnée par :

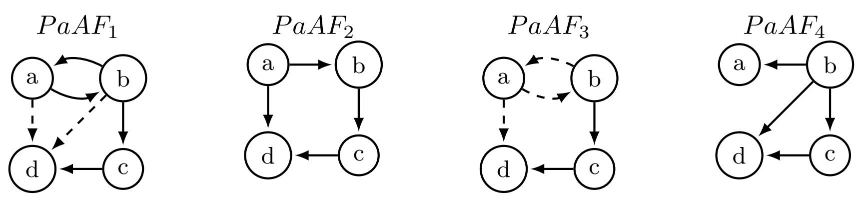


FIGURE 2.4 – Expansion d'un profil

Définition 33 (Distance d'édition) [CMDK+07] *Soient* $PaAF_1 = \langle A, R_1, I_1, N_1 \rangle$ *et* $PaAF_2 = \langle A, R_2, I_2, N_2 \rangle$ *deux PaAF composés des mêmes arguments* A.
Soient deux arguments a,b $\in A$. *L'edit distance entre* $PaAF_1$ *et* $PaAF_2$ *concernant a,b se calcule en utilisant la fonction* $de_{a,b}$ *telle que :*
— $de_{a,b}(PaAF_1, PaAF_2) = 0$ *ssi* $(a, b) \in R_1 \cap R_2$ *ou* $I_1 \cap I_2$ *ou* $N_1 \cap N_2$,
— $de_{a,b}(PaAF_1, PaAF_2) = 1$ *ssi* $(a, b) \in R_1 \cap N_2$ *ou* $N_1 \cap R_2$,
— $de_{a,b}(PaAF_1, PaAF_2) = 0.5$ *sinon.*
L'edit distance entre les $PaAF_1$ *et* $PaAF_2$ *est obtenue par :*

$$de(PaAF_1, PaAF_2) = \sum_{(a,b)\in A\times A} de_{a,b}(PaAF_1, PaAF_2).$$

En fonction de la fonction d'agrégation choisie (somme, max, leximax [1], ...) et une pseudo-distance (distance d'édition) permettant de comparer deux AF, le résultat de la fusion sera donné par la formule énoncée dans la définition suivante.

Définition 34 (Merging de n AF) [CMDK+07] *Soit* $P = \langle AF_1, \ldots, AF_n \rangle$ *un profil de n AF. Soit* $\otimes$ *une fonction d'agrégation. La fusion de P, notée* $\triangle^{\otimes}_{de}$, *donne un ensemble de systèmes d'argumentation tel que :*

$$\triangle^{\otimes}_{de}(\langle AF_1, \ldots, AF_2 \rangle) = \{AF \mid AF \text{ minimise } \otimes_{i=1}^{n} de(AF, exp_C(AF_i, P))\}$$

1. Appliquer à un vecteur de n réels, la fonction leximax donne la liste de ces nombres triés dans l'ordre décroissant. Ces listes sont alors comparées en utilisant l'ordre lexicographique induit par l'ordre standard des réels.

Afin de déterminer le résultat de la fusion, Coste-Marquis et al. choisissent, en quelque sorte, de lister tous les systèmes d'argumentation possibles étant donné A et de sélectionner, parmi eux, ceux qui donnent un résultat minimal pour une fonction d'agrégation donnée.

Exemple 10 (suite de l'exemple 9) *Sur la figure 2.5, le résultat de la fusion de* $P = \langle AF_1, AF_2,\ AF_3, AF_4\rangle$ *en utilisant la somme* Σ *donne deux systèmes d'argumentation* AF'_1 *et* AF'_2 *alors que le leximax en donne uniquement un* AF'_1.

FIGURE 2.5 – Merging

Chaque distance entre les systèmes résultant de la fusion et les expansions du profil P est donnée ci-dessous.

- $de(AF'_1, PaAF_1) = 1$
- $de(AF'_1, PaAF_2) = 2$
- $de(AF'_1, PaAF_3) = 1.5$
- $de(AF'_1, PaAF_4) = 2$
- $de(AF'_2, PaAF_1) = 1$
- $de(AF'_2, PaAF_2) = 1$
- $de(AF'_2, PaAF_3) = 1.5$
- $de(AF'_2, PaAF_4) = 3$

En prenant la somme Σ *comme fonction d'agrégation, nous obtenons :*

$$\sum_{i=1}^{4} de(AF'_1, PaAF_i) = \sum_{i=1}^{4} de(AF'_2, PaAF_i) = 6.5$$

Par contre, en prenant le leximax, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}eximax_{i=1}^{4} de(AF'_1, PaAF_i) &= (2, 2, 1.5, 1)\\ \mathcal{L}eximax_{i=1}^{4} de(AF'_2, PaAF_i) &= (3, 1.5, 1, 1)\end{aligned}$$

Ces résultats sont bien sûr minimaux puisque tous les autres AF possibles possèdent un score plus élevé.
Nous avons donc $\triangle_{de}^{\Sigma}(P) = \{AF'_1, AF'_2\}$ *et* $\triangle_{de}^{leximax}(P) = \{AF'_1\}$.

2.3.4 Acceptabilité d'arguments

Rappelons que le but principal de la fusion est de déterminer les ensembles d'arguments acceptables par un groupe d'agents. Si le résultat de la fusion contient un unique système d'argumentation, alors il suffit de déterminer ses extensions afin d'obtenir les arguments acceptés. Cependant, s'il en contient plusieurs, il faut pouvoir déterminer quels arguments sont acceptés ou non. Afin d'atteindre ce but, Coste-Marquis et al. définissent des mécanismes permettant d'exploiter cet ensemble d'AF résultant. Pour cela, ils introduisent la notion d'*acceptabilité jointe*.

Définition 35 (Acceptabilité jointe) [CMDK+07] *Une relation d'acceptabilité jointe pour un profil* $P = \langle AF_1, ..., AF_n \rangle$ *de n AF, notée* $Acc_{\langle AF_1,...,AF_n \rangle}$*, est une fonction totale de* $2^{\bigcup_i A_i}$ *vers* $\{vrai, faux\}$ *qui associe chaque sous-ensemble E de* $\bigcup_i A_i$ *à vrai si E est un ensemble d'acceptabilité joint pour* $\langle AF_1, ..., AF_n \rangle$*, faux sinon.*

Afin de savoir si un sous-ensemble d'arguments de A est accepté, il est possible d'utiliser une méthode de vote, V : $\{vrai, faux\}^n \rightarrow \{vrai, faux\}$. En effet, plus la méthode est souple, plus le nombre d'arguments acceptés augmentera (et inversement si la méthode est plus restreinte). Il est possible de définir cela :

$$Acc_{\langle AF_1,...,AF_n \rangle}(E) = V(Acc_{AF_1}(E), \ldots, Acc_{AF_n}(E)).$$

Voici différentes instances possibles basées sur les méthodes de vote :

Définition 36 (Acceptabilité pour un profil d'AF) [CMDK+07] *Soit un profil* $P = \langle AF_1, ..., AF_n \rangle$ *de n AF avec les mêmes arguments A. Soit* Acc_{AF_i} *la relation d'acceptabilité associé à chaque* AF_i*. Si n = 1, alors nous avons* $Acc_{\langle AF_i \rangle} = Acc_{AF_i}$*. Dans le cas contraire, pour chaque sous-ensemble S de A, nous dirons que :*

— *S est* skeptically jointly acceptable *pour P ssi S est inclus dans au moins un ensemble acceptable de chaque* AF_i *:*
$$\forall AF_i \in P, \exists E_i \subseteq A \text{ tel que } Acc_{AF_i}(E_i) \text{ est vrai et } S \subseteq E_i.$$
— *S est* credulously jointly acceptable *pour P ssi S est inclus dans au moins un ensemble acceptable d'au moins un* AF_i *:*
$$\exists AF_i \in P, \exists E_i \subseteq A \text{ tel que } Acc_{AF_i}(E_i) \text{ est vrai et } S \subseteq E_i.$$
— *S est* jointly acceptable par majorité *pour P ssi S est inclus dans au moins un ensemble acceptable pour au moins une faible majorité d'*AF_i *:*
$$\#(\langle AF_i \mid \exists E_i \subseteq A \text{ tel que } Acc_{AF_i}(E_i) \text{ est vrai et } S \subseteq E_i \rangle) \geqslant \frac{n}{2}.$$
avec # une fonction qui compte le nombre d'AF_i*.*

Exemple 11 (suite de l'exemple 10) *Choisissons, pour cette exemple, la sémantique préférée.*
Le extensions préférées des deux AF coïncident parfaitement puisque :

$$\mathcal{E}_{pref}(AF'_1) = \mathcal{E}_{pref}(AF'_2) = \{\{a, c\}, \{b, d\}\}.$$

Comme les extensions préférées des deux AF sont les mêmes, les trois relations d'acceptabilité jointes coïncident également. Donc, les ensembles $\{a, c\}$ *et* $\{b, d\}$ *(et leurs sous-ensembles) sont* skeptically, credulously et en majorité jointly acceptable *pour la fusion.*

En résumé, Coste-Marquis et al. fusionnent un profil P = $\langle AF_1, ..., AF_n \rangle$ en trois étapes :

Expansion : Une expansion de chaque AF_i de P est d'abord calculée. Il est possible de considérer une fonction d'expansion propre à chaque agent. Le plus important reste que chaque $exp_C(AF_i, P)$ représente un PaAF contenant les mêmes arguments A = $\bigcup_i A_i$.

Fusion : Les systèmes d'argumentation AF, sélectionnés comme étant le résultat du processus de fusion, sont ceux qui représentent le mieux le profil P. Pour cela, la notion de distance entre les AF et le profil est calculée afin de déterminer ceux ayant un score minimum.

Acceptabilité : A partir de l'ensemble d'AF obtenus, il est possible d'extraire, en utilisant des méthodes de vote (sceptique, crédule ou majorité), des ensembles d'arguments acceptés.

Deuxième partie

Etude des opérateurs de fusion de systèmes d'argumentation

Chapitre 3

Méthodes de fusion WAF

Nous avons expliqué, dans le chapitre précédent, que le poids de chaque attaque d'un *weighted argumentation framework* peut correspondre au nombre d'agents en accord avec cette attaque. Ce *weighted argumentation framework* peut alors être vu comme un graphe représentant le résultat de la fusion de plusieurs systèmes d'argumentation. C'est pourquoi, dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la partie opérateur de fusion où nous définissons un premier opérateur basé sur les *weighted argumentation framework* (WAF). Enfin nous proposons deux nouvelles méthodes, similaires à la première, mais en utilisant quelques fonctions permettant d'améliorer son comportement. Puis, dans un second temps, nous regardons quelles propriétés sont vérifiées lorsque ces méthodes sont utilisées.

3.1 $\boldsymbol{FUS}_{All}$

Un première méthode, notée FUS_{All}, consiste à prendre en entrée, un ensemble de système d'argumentation de Dung (représentant les croyances de chaque agents), afin de les fusionner pour obtenir un Weighted Argumentation Framework (WAF). Puis, à partir de ce WAF, nous appliquerons une règle particulière (une des quatre méthodes *best*) afin d'obtenir, en sortie, un ensemble d'extensions représentant le résultat de cette fusion.

Définition 37 ($\boldsymbol{FUS}_{All}$) FUS_{All} *est une méthode de fusion définie comme suit :*

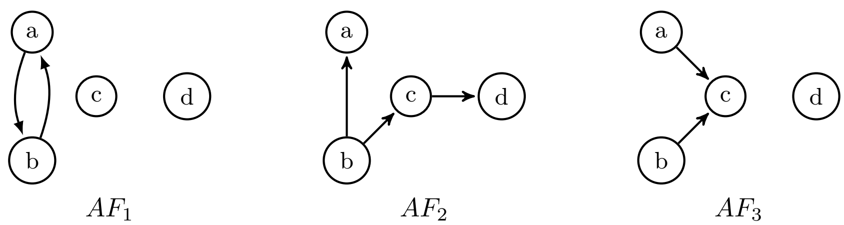
$$\mathrm{FUS}_{All}^{\sigma,best} : \mathbb{AF}^n \to \mathcal{E}_{\sigma,best}$$

avec $\mathbb{AF}^n$ *représentant* n *systèmes d'argumentations, associés à un groupe d'agents* $\mathcal{N} = \{1, ..., \mathrm{n}\}$ *où* $n \in \mathbb{N}$*, portant sur le même ensemble d'arguments* $\mathcal{X}$*.* $\mathcal{E}_{\sigma,best}$ *représente, pour une sémantique* σ *donnée, un ensemble d'extensions obtenu en calculant les* best extensions *(*$best_i^{\oplus}$ *avec* $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ *et* $\oplus$ *une fonction d'agrégation) du* $WAF = \langle A, R, w\rangle$ *résultant de l'agrégation des n systèmes d'argumentation, avec :*

— $A = \mathcal{X}$
— $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$
— $w : A \times A \to \mathbb{N}$ *avec* $w(a,b) = \#(\langle AF_i \mid (a,b) \in R_i \rangle)$
Le poids w représentant le nombre d'agents en accord avec l'attaque.

Afin de simplifier l'écriture, on écrira FUS_{All} au lieu de $FUS_{All}^{\sigma,best}$ lorsque l'on parlera de la méthode de fusion en général.

Exemple 12 *Soient trois systèmes d'argumentation AF_1, AF_2 et AF_3, représentés par la figure 3.1.*



Le résultat de la fusion de ces trois AF donne le WAF suivant :

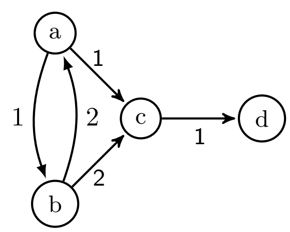


Figure 3.1 – Opérateur FUS_{All} sur AF_1, AF_2 *et* AF_3

Deux extensions sont possibles : $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{a,d\},\{b,d\}\}$. *En appliquant une des quatre méthodes best, on obtient* $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b,d\}\}$. *Nous avons donc :*

$$\forall i \in \{1,2,3,4\},\ \text{FUS}_{All}^{pref,best_i^{\Sigma}}(AF_1, AF_2, AF_3) = \{\{b,d\}\}$$

Rappelons que dans la partie 2.1, plusieurs propriétés ont été défini pour une méthode de fusion. Il serait donc intéressant de savoir quelles propriétés FUS_{All} satisfait. Néanmoins, le domaine de définition de l'élément de sortie n'étant pas le même (un ensemble d'extensions pour notre méthode de fusion contre un système d'argumentation), certaines propriétés portant sur le systèmes d'argumentation obtenue en sortie, ne peuvent pas s'appliquer :
— Attaque Unanime (UA)
— Attaque Majoritaire (MAJ-A)
— Attaque fermée (AC)
— Attaque Identité (A-ID)

— Fermeture (CLO)

Les quatre premières propriétés, comme leurs noms l'indiquent, portent sur la vérification des relations d'attaques entre les différents graphes (ceux en entrée et celui de sortie). Pour la propriété de *fermeture*, qui stipule que le graphe de sortie doit correspondre à un des graphes d'entrée, la vérification se porte sur la syntaxe des graphes. Cependant notre méthode de fusion retourne un ensemble d'extensions (et non un système d'argumentation) d'où l'impossibilité de vérifier ces propriétés.

Avant de regarder quelles propriétés sont vérifiées par l'opérateur FUS_{All}, nous avons choisi de définir une nouvelle propriété : l'identité.

Identité

Une autre propriété que celles proposées par Dunne et al. (2012) [DMW12], définies dans le chapitre précédent, nous est apparue intéressante, voir même indispensable pour un cas particulier. En effet, si les systèmes d'argumentation de départ sont tous identiques (mêmes arguments et mêmes attaques) alors le résultat de la fusion doit l'être également dans chaque aspect du domaine (attaques, extensions, ...) :

— La condition d'*Attaque-Identité* (A-ID) concerne les attaques :
$\forall AF \in \mathbb{AF} : Att(\gamma(AF, AF, ..., AF)) = Att(AF)$ **(Attaque-Identité)**

— La condition d'*σ-Identité* (σ-ID) concerne les extensions :
$\forall AF \in \mathbb{AF} : \mathcal{E}_\sigma(\gamma(AF, AF, ..., AF)) = \mathcal{E}_\sigma(AF)$ **(σ-Identité)**

— La condition d'*ca_σ-Identité* (ca_σ-ID) concerne l'inférence crédule :
$\forall AF \in \mathbb{AF} : ca_\sigma(\gamma(AF, AF, ..., AF)) = ca_\sigma(AF)$ **(ca_σ-Identité)**

— La condition d'*sa_σ-Identité* (sa_σ-ID) concerne l'inférence sceptique :
$\forall AF \in \mathbb{AF} : sa_\sigma(\gamma(AF, AF, ..., AF)) = sa_\sigma(AF)$ **(sa_σ-Identité)**

Cette propriété peut être vue comme un cas particulier de la propriété d'Unanimité à laquelle on ajoute la contrainte que les systèmes d'argumentation en entrée doivent être tous similaires. Dans le cas où nous appliquons la fusion sur un unique système d'argumentation (qui correspond aux croyances d'un agent) si le résultat obtenu est différent de celui attendu, alors cela pourrait être interprété comme le fait que l'agent serait en « contradiction » avec lui-même, ce qui semble illogique.

Précisons que pour notre étude des propriétés, nous nous sommes focalisés sur les sémantiques définies dans la partie sur l'argumentation de Dung (*pref* pour la sémantique préférée, *gr* pour la sémantique de base, *sta* pour la sémantique stable et *comp* pour la sémantique complète) : $\sigma \in \{pref, gr, sta, comp\}$. Concernant les fonctions d'agrégation utilisées pour les *relaxing extensions*, nous utiliserons uniquement la somme ($\oplus = \Sigma$). Enfin concernant le choix des meilleures extensions, nous avons choisi d'étudier les quatre méthodes *best* ($\forall i \in \{1,2,3,4\}, best_i^{\oplus}$) avec la somme et la max comme fonction d'agrégation ($\oplus \in \{\Sigma, max\}$).

Proposition 3 FUS$_{All}$ *satisfait la propriété d'Anonymat* (ANON) *quelle que soit la sémantique σ ainsi que les propriétés gr-Identité* (*gr-ID*)*, ca_{gr}-Identité* (*ca_{gr}-ID*) *et sa_{gr}-Identité* (*sa_{gr}-ID*) *pour chaque règle best$^{\oplus}$ utilisée.*

Preuve : La propriété d'anonymat est évidente, puisque notre méthode de fusion n'utilise pas d'ordre spécifique lors de la fusion des différents systèmes d'argumentation donc quel que soit cet ordre, le résultat de la fusion sera le même.
Concernant les propriétés d'Identité, rappelons que pour la sémantique de base, il existe une unique extension (si elle existe) pour tout système d'argumentation.

— Si $\mathcal{E}_{gr}(AF) = \emptyset$ alors $\mathcal{E}_{gr}(FUS_{All}(AF, ..., AF)) = \emptyset$.
— Si $\mathcal{E}_{gr}(AF) = \{\mathcal{E}_1\}$ alors $\mathcal{E}_{gr}(FUS_{All}(AF, ..., AF)) = \{\mathcal{E}_1\}$.

Dans les deux cas, il n'y a pas d'extensions à comparer donc le résultat de la fusion sera logiquement le même que celui obtenu pour le système d'argumentation seul.
Le raisonnement est identique pour l'inférence crédule et sceptique. □

Notons que toutes les autres propriétés de fusion ne sont pas satisfaites quelle que soit la sémantique choisie, nous prouverons cela à l'aide de contre-exemple par la suite. Nous fournirons un contre-exemple utilisant la sémantique préférée (*pref*) ainsi que la méthode $best_1^{\Sigma}$ pour le choix des meilleures extensions afin de ne pas fournir un nombre trop important de contre-exemples. Nous avons donc essayer de fournir des contre-exemples qui s'appliquent à toutes les sémantiques et méthodes *best*. Cependant, dans le cas où cela n'est pas possible, nous proposerons un autre contre-exemple.

Proposition 4 FUS$_{All}$ *ne satisfait pas les propriétés σ-fortement non-trivial et σ-faiblement non-trivial.*

Voici un contre-exemple contredisant les deux propriétés :

Contre-Exemple 1 (σ-fortement non-trivial, σ-faiblement non-trivial) *À partir d'un ensemble de systèmes d'argumentation non-triviaux (même quelconques), il est possible d'obtenir un ensemble d'extensions qui est vide, comme le montre le contre-exemple de la figure 3.2.*

Les trois systèmes d'argumentation AF_1, AF_2 et AF_3 sont clairement non-triviaux puisqu'ils possèdent chacun une extension non vide. Mais, afin de déterminer l'ensemble d'extensions correspondant au résultat de la fusion, il faut d'abord déterminer le WAF associé. Après fusion, on obtient un $WAF = \langle A, R, w\rangle$ avec A={a,b,c}, R={(a,b), (b,c), (c,a)} et pour les poids w : (a,b) $\rightarrow$ 1, (b,c) $\rightarrow$ 1 et (c,a) $\rightarrow$ 2. Il est clair que $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\emptyset\}$ et donc, par conséquent,

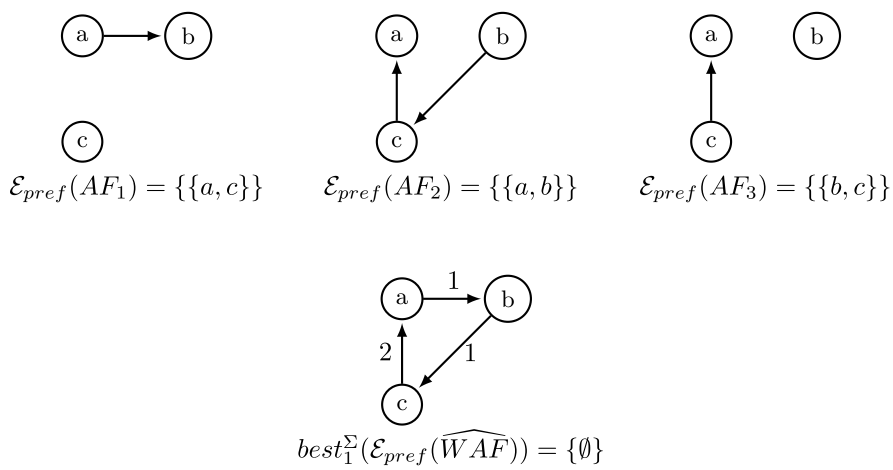


FIGURE 3.2 – Contre-exemple pour la propriété de non-trivialité

$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\emptyset\}$ *qui est bien trivial.*
Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant une des trois autres sémantiques associées à une des méthodes best*.*

Concernant la propriété de non-trivialité, si le résultat de la fusion est trivial cela peut être interprété par le fait que les données fournies par les agents peuvent être trop contradictoires entre elles. Cela ne permettrait donc pas d'obtenir un résultat représentatif pour le groupe. La trivialité peut donc sembler logique dans ce cas là. Cependant, en prenant l'exemple de la figure 3.2, on se rend compte que lorsque l'ensemble des extensions du $\widehat{WAF}$ est vide alors les poids sur les attaques ne sont pas prises en compte. En effet, l'attaque de l'arguments c sur l'argument a, ayant un poids supérieur aux deux autres, devrait être prise en compte pour le calcul des extensions. Un résultat acceptable pour la fusion serait d'avoir deux extensions possibles $\mathcal{E}_1 = \{a, b\}$ et $\mathcal{E}_2 = \{b, c\}$. Cette remarque démontre une première limite pour cette méthode de fusion FUS_{All}.

Proposition 5 FUS$_{All}$ *ne satisfait pas les propriétés σ-fortement décisive et σ-faiblement décisive.*

Voici un contre-exemple qui contredit ces deux propriétés.

Contre-Exemple 2 (σ-fortement décisive, σ-faiblement décisive) *A partir d'un ensemble de systèmes d'argumentation décisifs (ou quelconques), il est possible d'obtenir un ensemble d'extensions qui soit vide (comme le montre le contre-exemple de la Figure 3.2) pour chaque sémantique et méthode* best*. Cependant, il existe des cas ou le résultat comporte plus d'une seule extension. C'est le cas pour le contre-exemple de la Figure 3.3.*

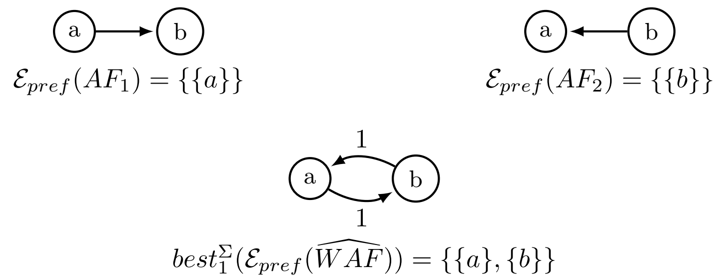


FIGURE 3.3 – Contre-exemple pour la propriété décisive

Concernant les deux systèmes d'argumentation de la figure 3.3, AF_1 et AF_2, sont bien décisifs. Après fusion des AF, nous obtenons le WAF = $\langle A, R, w \rangle$ avec A={a,b}, R = {(a,b), (b,a)} et w : (a,b) $\rightarrow$ 1 et (b,a) $\rightarrow$ 1. Concernant les extensions du $\widehat{WAF}$, le résultat est le suivant : $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{a\}, \{b\}\}$. Cependant, il n'existe pas une extension meilleure qu'une autre puisqu'elles s'attaquent mutuellement avec la même force. Donc, nous obtenons $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}) = \{\{a\}, \{b\}\}$ qui n'est pas décisif.
Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant les sémantiques stable et complète associées à une des méthodes best. *Pour la sémantique de base, le résultat de la fusion étant trivial, les propriétés décisives ne sont pas satisfaites également.*

Proposition 6 FUS$_{All}$ *ne satisfait pas la propriété de σ-Unanimité.*

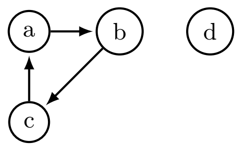
Nous allons, pour ce cas, utiliser un contre-exemple pour chaque sémantique (*pref*, *gr*, *sta* et *comp*).

Contre-Exemple 3 (*pref*-Unanimité) *En utilisant la sémantique préférée sur l'exemple de la figure 3.4, la propriété d'unanimité n'est pas vérifiée.*

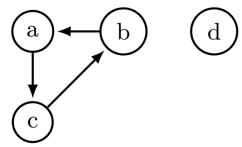
En effet, le calcul des extensions préférées pour les deux systèmes d'argumentation :
$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{d\}\}$ *et donc* $\mathcal{E}_{pref}(AF_1) \cap \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{d\}\}$.
Cependant, si l'on calcule les extensions du $\widehat{WAF}$, $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}\}$ et par conséquent, le résultat de la fusion qui est exactement le même car il est impossible de départager les trois extensions. Nous avons donc :

$$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) \cap \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{d\} \nsubseteq \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}\} = best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))$$

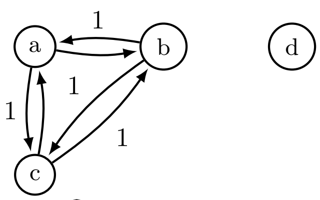
Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant les autres méthodes best $(\forall i \in \{1, 2, 3, 4\}, best_i^{\oplus})$.



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{d\}\}$



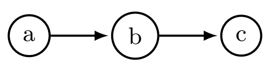
$\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{d\}\}$



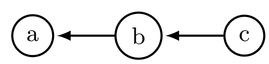
$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}\}$

FIGURE 3.4 – Contre-exemple pour la propriété de *pref-Unanimité*

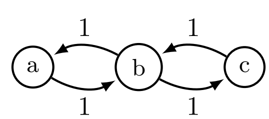
Contre-Exemple 4 (*gr*-Unanimité) *Concernant la sémantique de base, nous utiliserons le contre exemple de la figure 3.5.*



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a, c\}\}$



$\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, c\}\}$



$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{a, c\}, \{b\}\}$

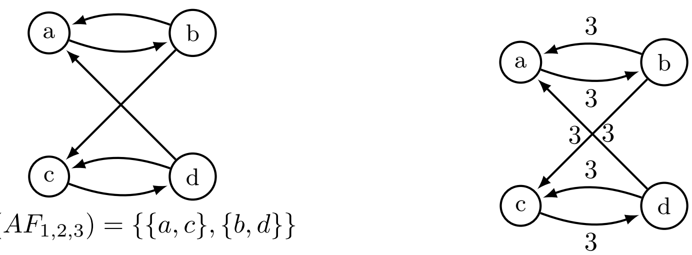
FIGURE 3.5 – Contre-exemple pour les propriétés *gr*-Unanimité, σ-fermeture & ca_{σ}-fermeture

Dans un premier temps, calculons les extensions de base des deux systèmes d'argumentation :
$\mathcal{E}_{gr}(AF_1) = \mathcal{E}_{gr}(AF_2) = \{\{a, c\}\}$ *et par conséquent l'intersection donne :*
$\mathcal{E}_{gr}(AF_1) \cap \mathcal{E}_{gr}(AF_2) = \{\{a, c\}\}$.
Dans un second temps, après obtention du WAF associé à ces deux AF, nous obtenons $\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF}) = \{\emptyset\}$ *et donc par conséquent* $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF})) = \{\emptyset\}$ *:*

$$\mathcal{E}_{gr}(AF_1) \cap \mathcal{E}_{gr}(AF_2) = \{a, c\} \nsubseteq \{\emptyset\} = best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))$$

Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant les autres méthodes best $(\forall i \in \{1,2,3,4\}, best_i^{\oplus})$.

Contre-Exemple 5 (*sta*-Unanimité, *comp*-Unanimité, Identité) *Enfin pour la sémantique stable, nous utiliserons le contre-exemple de la figure 3.6 :*



$\mathcal{E}_{sta}(AF_{1,2,3}) = \{\{a,c\},\{b,d\}\}$

$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{sta}(\widehat{WAF})) = \{\{b,d\}\}$

FIGURE 3.6 – Contre-exemple pour la propriété de *sta-Unanimité*, *comp-Unanimité* & *Identité*

Cette fois, nous choisissons en entrée trois systèmes d'argumentation identiques (mêmes arguments et mêmes attaques) comportant deux extensions stables. Ces trois systèmes d'argumentation étant les mêmes, chaque extension appartient bien à tous les systèmes d'argumentations : $\mathcal{E}_{sta}(AF_{1,2,3}) = \{\{a,c\},\{b,d\}\}$.
Donc, selon la définition, il faudrait que ces deux extensions soit présentes également dans le résultat de la fusion.
Après construction du WAF correspondant où tous les attaques ont un poids de 3, nous obtenons sans surprise $\mathcal{E}_{sta}(\widehat{WAF}) = \{\{a,c\},\{b,d\}\}$ *puisque les AF d'entrée sont les mêmes.*
Comparons maintenant nos deux extensions en utilisant la règle $best_1^{\Sigma}$ *(cela fonctionne également avec les autres* best*) :*

$$\left.\begin{array}{r} S_{\Sigma}(\{a,c\} \to \{b,d\}) = w(a,b)+w(a,d)+w(c,b)+w(c,d) = 6 \\ S_{\Sigma}(\{b,d\} \to \{a,c\}) = w(b,a)+w(b,c)+w(d,a)+w(d,c) = 12 \end{array}\right\} \{a,c\} <_{\Sigma} \{b,d\}$$

Nous avons donc de ce fait $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{sta}(\widehat{WAF})) = \{\{b,d\}\}$.

$$\bigcap_{k=1}^{3} \mathcal{E}_{sta}(AF_k) = \{\{a,c\},\{b,d\}\} \nsubseteq \{\{b,d\}\} = best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{sta}(\widehat{WAF}))$$

Ce résultat contredit également les propriétés d'Identité et la propriété de comp-*Unanimité puisqu'il retourne le résultat identique.*

Proposition 7 FUS_{All} *ne satisfait pas les propriétés de ca$_\sigma$-Unanime et sa$_\sigma$-Unanime.*

Contre-Exemple 6 (ca_σ-Unanime) *Concernant la propriété ca_σ-Unanime, nous utiliserons, comme contre-exemple, les systèmes d'argumentation de la figure 3.6. Ces trois systèmes d'argumentation étant les mêmes, ils possèdent les mêmes extensions préférées :*
$\mathcal{E}_{pref}(AF_{1,2,3}) = \{\{a,c\},\{b,d\}\}$, *ce qui donne pour l'inférence crédule :*
$ca_{pref}(AF_{1,2,3}) = \{a,b,c,d\}$.
Nous avons déterminer dans le contre-exemple 5 que :
$best_1^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b,d\}\}$ *et par conséquent :*
$ca_{pref}(best_1^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))) = \{b,d\}$.
On remarque bien que les arguments a et c sont acceptés crédulement par tous les systèmes d'argumentation de départ, mais ne le sont pas pour le résultat de la fusion.

$$\{a,b,c,d\} \nsubseteq \{b,d\} = ca_{pref}(best_1^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})))$$

Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant la sémantique stable ou complète associées à une des méthodes best. *Pour la sémantique de base, le contre-exemple de la figure 3.5 donnant un résultat trivial, la propriété n'est pas vérifiée.*

Contre-Exemple 7 (sa_σ-Unanime) *Il existe, en effet, des cas où la propriété* sa_σ-Unanime *n'est pas vérifiée. Prenons, par exemple, les systèmes d'argumentation de la figure 3.5 possédant les mêmes extensions :*
$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a,c\}\}$ *et donc pour l'inférence sceptique :*
$sa_{pref}(AF_1) = sa_{pref}(AF_2) = \{a,c\}$. *Après construction du WAF correspondant, calculons les extensions de $\widehat{WAF}$ afin de determiner les arguments acceptés sceptiquement : $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{b\},\{a,c\}\}$.*
Aucune distinction de pouvant être faite après comparaison des deux extensions, nous obtenons donc $best^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b\},\{a,c\}\}$ et de ce fait $sa_{pref}(best^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))) = \{\emptyset\}$.

$$sa_{pref}(AF_1) \cap sa_{pref}(AF_2) = \{a,c\} \nsubseteq \{\emptyset\} = sa_{pref}(best^\Sigma(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})))$$

Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant une des trois autres sémantiques associées à une des méthodes best. *Le résultat sera identique pour la sémantique de base mais pour des raisons différentes. En effet, on obtient un ensemble d'extensions qui est vide $best^\Sigma(\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF})) = \{\emptyset\}$ et, par conséquent, aucun argument accepté sceptiquement.*

Proposition 8 FUS_{All} *ne satisfait pas les propriétés σ-majoritaire, ca_σ-majoritaire et sa_σ-majoritaire.*

Voici un contre-exemple qui contredit ces trois propriétés.

Contre-Exemple 8 (σ-majoritaire, ca_σ-majoritaire & sa_σ-majoritaire) *En utilisant le contre-exemple de la figure 3.7, nous allons prouver que lorsque* *la majorité stricte des agents est en accord avec une extension particulière (σ-majoritaire), un argument pour l'inférence crédule (ca_σ-majoritaire) ou pour l'inférence sceptique (sa_σ-majoritaire), cet élément n'est pas forcément présent dans le résultat de la fusion.*

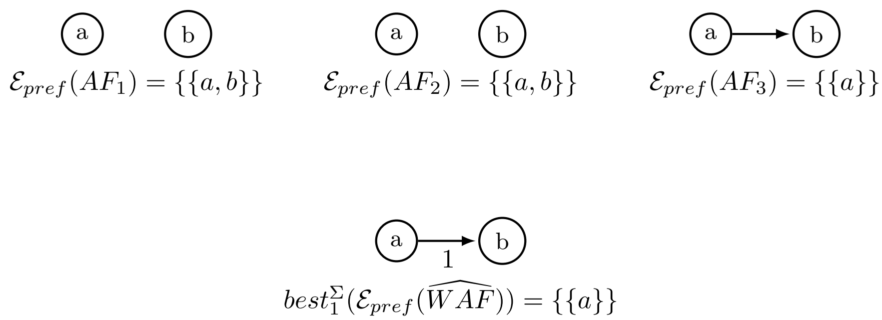


FIGURE 3.7 – Contre-exemple pour les propriétés de majorité

La fusion des trois systèmes d'argumentation, possédant tous un ensemble d'extensions non-vides :
$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, b\}\}$ *et* $\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{a\}$.
En utilisant le WAF de la figure 3.7, nous pouvons déterminer ces extensions associées :
$\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{a\}\}$ *et par conséquent le résultat de la fusion qui est unique :* $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{a\}\}$.

— *La propriété σ-*majoritaire *n'est pas vérifiée car l'extension $\{a, b\}$, qui est accepté par deux agents sur trois, n'est pas présente dans le résultat de la fusion :*
$$\{a, b\} \notin \{\{a\}\} = best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))$$
— *De la même manière, la propriété ca_σ-*majoritaire *n'est pas satisfaite car $ca_{pref}(AF_1) = ca_{pref}(AF_2) = \{a,b\}$ et $ca_{pref}(AF_3) = \{a\}$. Or l'argument b, qui appartient à la majorité des inférences crédules, n'est pas présent dans l'inférence crédule du résultat de la fusion :*
$$b \notin \{a\} = ca_{pref}(best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})))$$
— *Nous utiliserons le même raisonnement pour sa_σ-*majoritaire *:*
$$b \notin \{a\} = sa_{pref}(best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})))$$

Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant une des trois autres sémantiques associées à une des méthodes best.

Proposition 9 FUS$_{All}$ *ne satisfait pas les propriétés σ-fermeture, ca_σ-fermeture et sa_σ-fermeture.*

Nous fournirons, dans un premier temps, deux contre-exemples qui contredisent ces trois propriétés lorsque les sémantiques préféré, stable et complète ainsi que les quatre méthodes *best* sont utilisés. Nous fournirons enfin un autre contre-exemple pour la sémantique de base.

Contre-Exemple 9 (σ-fermeture & ca_σ-fermeture) *Utilisons les deux systèmes d'argumentation de la figure 3.5 afin de démontrer qu'il existe des cas où, si une extension (resp. un argument accepté crédulement) appartient au résultat de la fusion alors celle-ci n'est pas forcément présente dans un des systèmes d'argumentation en entrée.*
AF_1 et AF_2 sont deux systèmes d'argumentation non-triviaux avec $\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a,c\}\}$. À partir du WAF de la figure 3.5, obtenu après fusion des deux systèmes d'argumentation, les extensions du $\widehat{WAF}$ sont :

$$\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{E_1, E_2\} \text{ avec } E_1 = \{a,c\} \text{ et } E_2 = \{b\}.$$

De plus, les deux extensions ne peuvent être départagées puisque :

$$S_\Sigma(E_1 \to E_2) = S_\Sigma(E_2 \to E_1) = 2.$$

Donc, par conséquent, $best^{\oplus}(\mathcal{E}) = \{E_1, E_2\}$.

— σ-fermeture *: Toutes les extensions du résultat de la fusion doivent appartenir forcément à un des systèmes d'argumentation en entrée. Pour l'extension E_1, il n'y a pas de problème car elle appartient aux deux systèmes d'argumentation en entrée. Ce qui n'est pas le cas pour la seconde extension E_2 n'appartenant à aucun des deux :*

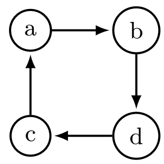
$$\{b\} \notin \{\{a,c\}\} = \mathcal{E}_{pref}(AF_1) \cup \mathcal{E}_{pref}(AF_2)$$

— ca_σ-fermeture *: Concernant l'inférence crédule, chaque argument accepté crédulement par le résultat de la fusion, doit l'être pour l'un des systèmes d'argumentation en entrée. Pour notre exemple, nous avons $ca_{pref}(best^{\oplus}(\mathcal{E})) = \{a,b,c\}$, $ca_{pref}(AF_1) = \{a,c\}$ et $ca_{pref}(AF_2) = \{a,c\}$. Or cette propriété n'est pas vérifiée à cause de l'argument b :*

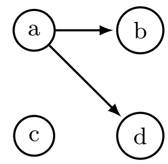
$$b \notin \{a,c\} = ca_{pref}(AF_1) \cup ca_{pref}(AF_2)$$

Contre-Exemple 10 (sa_σ-fermeture) *Ensuite, montrons, en nous appuyant sur le Figure 3.8, qu'un argument accepté sceptiquement par le résultat de la fusion, ne l'est pas forcément pour un des systèmes d'argumentation en entrée.*

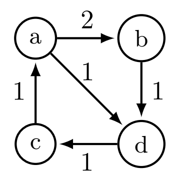
Pour le premier système d'argumentation AF_1, il n'y a pas d'argument accepté sceptiquement : $sa_{pref}(AF_1) = \{\emptyset\}$, contrairement à AF_2 où deux arguments le sont : $sa_{pref}(AF_2) = \{a,c\}$.
Après calcul du WAF correspondant, le résultat de la fusion donne une seule extension : $best^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b,c\}\}$, et par conséquent deux arguments



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a, d\}, \{b, c\}\}$



$\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, c\}\}$



$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b, c\}\}$

FIGURE 3.8 – Contre-exemple pour la propriété de sa_σ-*fermeture*

acceptés sceptiquement : $sa_{pref}(best^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}))) = \{b, c\}$.
Le problème vient donc de l'argument b qui n'est accepté sceptiquement par aucun des systèmes d'argumentation en entrée :

$$b \notin \{a, c\} = sa_{pref}(AF_1) \cup sa_{pref}(AF_2)$$

Contre-Exemple 11 (*gr*-fermeture & ca_{gr}-fermeture & sa_{gr}-fermeture) *Montrons, en utilisant le contre-exemple de la figure 3.9, que les propriétés de fermeture ne sont pas respectées lorsque la sémantique de base est utilisée.*

AF_1 et AF_2 sont deux AF non-triviaux avec $\mathcal{E}_{gr}(AF_1) = \{a, d\}$ et $\mathcal{E}_{gr}(AF_2)$ $= \{\{a, b\}\}$. À partir du WAF de la figure 3.9, obtenu après fusion des deux systèmes d'argumentation, les extensions du $\widehat{WAF}$ sont :

$$\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF}) = \{a, c\}$$

Donc, par conséquent :

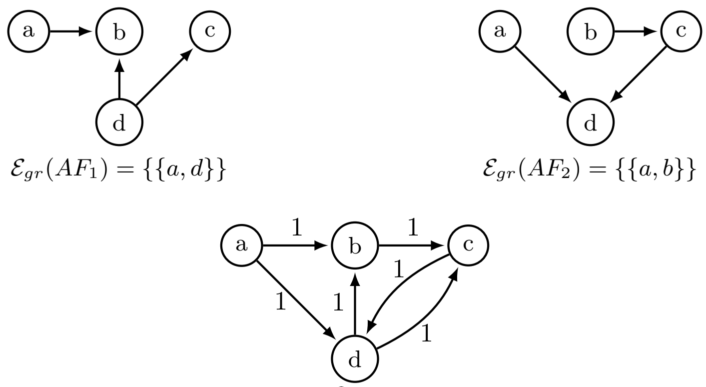
$$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF})) = \{\{a, c\}\}$$

— *gr*-fermeture *: L'extension $\{a, c\}$ ne peut pas être obtenue par une des AF en entrée :*

$$\{a, c\} \notin \{\{a, d\}, \{a, b\}\} = \mathcal{E}_{gr}(AF_1) \cup \mathcal{E}_{gr}(AF_2)$$

— ca_{gr}-fermeture *: L'argument c qui est accepté crédulement pour le résultat de la fusion, n'est présent dans aucun des AF de départ :*

$$c \notin \{a, b, d\} = ca_{gr}(AF_1) \cup ca_{gr}(AF_2)$$



$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{gr}(\widehat{WAF})) = \{\{a, c\}\}$

FIGURE 3.9 – Contre-exemple des propriétés de fermeture pour la sémantique de base avec l'opérateur FUS_{All}

— sa_{gr}-fermeture *: L'argument c qui est accepté sceptiquement pour le résultat de la fusion, n'est présent dans aucun des AF de départ :*

$$c \notin \{a, b, d\} = sa_{gr}(AF_1) \cup sa_{gr}(AF_2)$$

Comme le résultat contient une unique extension, ce résultat sera similaire quelle que soit la méthode best utilisée.

3.2 FUS_{All-NT}

Une solution au problème posé par la propriété de non-trivialité, où FUS_{All} ne prend pas en compte le poids des attaques dans le cas où l'ensemble d'extension associé au $\widehat{WAF}$ est vide, est d'utiliser les *relaxing extensions* (voir section 2.2.2).

Définition 38 (FUS_{All-NT}) FUS$_{All-NT}$ *est une méthode de fusion définit comme suit :*

$$\text{FUS}^{\sigma,best}_{All\text{-}NT} : \mathbb{AF}^n \rightarrow \mathcal{E}^{\oplus_1,\oplus_2}_{\sigma,best}$$

avec $\mathbb{AF}^n$ *représentant* n *systèmes d'argumentations, associés à un groupe d'agents* $\mathcal{N} = \{1, ..., \text{n}\}$ *où* $n \in \mathbb{N}$*, portant sur le même ensemble d'arguments* $\mathcal{X}$*.* $\mathcal{E}^{\oplus_1,\oplus_2}_{\sigma,best}$ *représente, pour une sémantique* σ *donnée, un ensemble d'extensions non triviales obtenu en calculant les* best extensions *(*$best_i^{\oplus_1}$ *avec* $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ *et* $\oplus_1$ *une fonction d'agrégation) du WAF résultant de l'agrégation des n systèmes d'argumentation, avec :*

— $A = \mathcal{X}$
— $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$
— $w : A \times A \to \mathbb{N}$ *avec* $w(a,b) = \#(\langle AF_i \mid (a,b) \in R_i \rangle)$

Les poids sur les attaques représentent le nombre d'agents en accord avec cette attaque. Si le résultat est trivial, on applique alors la méthode de relaxing extensions*, utilisant une fonction d'agrégation* $\oplus_2$*, avant de calculer les* best extensions *afin d'obtenir un résultat non trivial :*

$$\mathcal{E}_{\sigma,best}^{\oplus_1,\oplus_2} = \begin{cases} best_i^{\oplus_1}(\mathcal{E}_\sigma(\widehat{WAF})) & si\ \mathcal{E}_\sigma(\widehat{WAF}) \neq \{\emptyset\} \\ best_i^{\oplus_1}(\mathcal{E}_\sigma^{\oplus_2}(WAF)) & sinon \end{cases}$$

Afin de simplifier l'écriture, on écrira FUS_{All-NT} au lieu de $FUS_{All\text{-}NT}^{\sigma,best}$ lorsque l'on parlera de la méthode de fusion en général.

Proposition 10 FUS_{All-NT} *satisfait la propriété d'Anonymat* (ANON)*, de σ-fortement non-trivial (σ-SNT) et σ-faiblement non-trivial (σ-WNT) quelque soit la sémantique σ et la règle best$^{\oplus}$ utilisée.*

Preuve : La propriété d'anonymat est évidente, puisque FUS_{All-NT} n'utilise pas d'ordre spécifique lors de la fusion des différents systèmes d'argumentation donc quelque soit cet ordre, le résultat de la fusion sera le même.
Pour les propriétés de non-trivialité, le résultat est également évident, puisque quelque soit les systèmes d'argumentation présents en entrée, qu'ils soient quelconques (pour σ-SNT) ou tous non-triviaux (pour σ-WNT), FUS_{All-NT} permet toujours d'obtenir un résultat de fusion non-trivial (voir Propriété 2). □

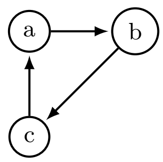
Proposition 11 FUS_{All-NT} *ne satisfait pas les propriétés d'identité* (σ*-identité,* ca_σ*-identité et* sa_σ*-identité*) *quelle que soit la sémantique utilisée.*

Contre-Exemple 12 (σ-identité, ca_σ-identité & sa_σ-identité) *Montrons que les propriétés d'identité ne sont pas toujours satisfaites, notamment si les* relaxing extensions *sont utilisées. Appuyons nous de la figure 3.10 afin de montrer cela.*

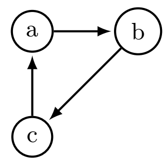
Notons que les trois systèmes d'argumentation sont tous identiques (*mêmes attaques et même arguments*) *et triviaux. De ce fait, le WAF résultant est trivial lui aussi :* $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\emptyset\}$*. Cependant, en utilisant les* relaxing *extensions (section 2.2.2) afin de rendre ce résultat non-trivial, si nous choisissons* $\beta = 3$ *ainsi que la somme comme fonction d'agrégation, nous obtenons un résultat non-trivial. En effet, si l'on retire l'attaque* (a,b) (*respectivement* (b,c) *et* (c,a))*, on obtient une unique extension* $\{a,b\}$ *(respectivement* $\{b,c\}$ *et* $\{c,a\}$*). Nous arrivons donc à un résultat qui est* $\mathcal{E}_{pref}^{\Sigma}(WAF) = \{\{a,b\},\{b,c\},\{a,c\}\}$*. Ces extensions ne pouvant pas être départagées par les méthodes best* (*même poids sur chaque attaque*) *nous obtenons le résultat suivant qui n'est plus trivial :*

$$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}^{\Sigma}(WAF)) = \{\{a,b\},\{b,c\},\{a,c\}\}$$

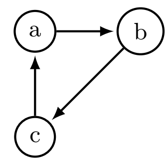
Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant une des trois autres sémantiques associées à une des quatre méthodes best*.*



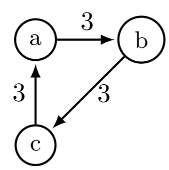
$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\emptyset\}$



$\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\emptyset\}$



$\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{\emptyset\}$



$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}^{\Sigma}(WAF)) = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$

FIGURE 3.10 – Contre-exemple pour les propriétés d'identité avec l'opérateur FUS_{All-NT}

Concernant les autres propriétés n'étant pas satisfaites par FUS_{All-NT}, il est possible d'utiliser les mêmes contre-exemples que pour FUS_{All}. Aucun de ces contre-exemples n'ayant un résultat de fusion trivial, les utiliser pour FUS_{All-NT} ne changera rien au résultat.

Un des principaux problèmes concernant ces deux méthodes (FUS_{All} et FUS_{All-NT}) correspond au cas où un agent (ou un petit groupe d'agents) est en contradiction avec tous les autres.
Prenons l'exemple d'un ensemble de profil de dix systèmes d'argumentation portant sur les mêmes arguments A = {a,b}. Neuf des dix agents pensent qu'il n'existe pas d'attaque entre les arguments a et b (i.e. R={∅}), alors que le dernier agent pense qu'il existe une attaque de l'argument a sur l'argument b (i.e. R={(a,b)}). Si nous appliquons ces deux méthodes de fusion, le résultat donnera un WAF composé de l'attaque de a vers b avec un poids de 1. Le résultat prendra donc en compte uniquement l'avis du dernier agent alors qu'une grande majorité d'agents pensent qu'il n'y a pas d'attaque.
En utilisant ces méthodes, les relations d'attaque entre arguments, proposées par un agent « isolé », seront prises en compte afin de déterminer le résultat de la fusion (et par conséquent potentiellement le modifier) alors que celui-ci était possiblement en minorité. Cela à pour effet, de se répercuter sur la validité des propriétés, puisque les propriétés d'unanimité et de majorité ne sont pas vérifiées.

3.3 $\boldsymbol{FUS}_{Maj-NT}$

Afin de contrer ce problème d'agent « isolé » (ou d'une minorité d'agents), une solution possible est d'utiliser la majorité lors de la construction du *weighted argumentation framework*. En effet, au lieu de représenter, dans le WAF, toutes les attaques ayant au moins un agent en accord avec elle, nous sélectionnerons les attaques étant acceptées par une majorité stricte d'agents. Une restriction sera cependant nécessaire concernant le nombre d'AF en entrée qui devra être impair. En effet, si le nombre d'agents est pair, il faudrait alors déterminer une méthode permettant de trancher en cas d'égalité (agent « juge », permettre ou non la présence de l'attaque en cas d'égalité).

Définition 39 ($\boldsymbol{FUS}_{Maj-NT}$) FUS_{Maj-NT} *est une méthode de fusion définit comme suit :*

$$\mathrm{FUS}^{\sigma,best}_{Maj\text{-}NT} : \mathbb{AF}^k \to \mathcal{E}^{\oplus_1,\oplus_2}_{\sigma,best}$$

avec $\mathbb{AF}^k$ représentant un nombre impair de systèmes d'argumentations, associés à un groupe d'agents $\mathcal{N} = \{1, ..., \mathrm{k}\}$ où k est un entier impair, portant sur le même ensemble d'arguments $\mathcal{X}$. $\mathcal{E}^{\oplus}_{\sigma,best}$ représente, pour une sémantique σ donnée, un ensemble d'extensions non triviales obtenu en calculant les best extensions *($best_i^{\oplus_1}$ avec $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ et $\oplus_1$ une fonction d'agrégation) du WAF résultant de l'agrégation des n systèmes d'argumentation, avec :*

- $A = \mathcal{X}$
- $R = \{(a, b) \mid a, b \in A \text{ et } \#(\langle AF_i \mid (a, b) \in Att(AF_i)\rangle) > \frac{n}{2}\}$
- $w : A \times A \to \mathbb{N}$ avec $w(a, b) = \#(\langle AF_i \mid (a, b) \in R_i\rangle)$

où les attaques présentes sont en accord avec une majorité stricte d'agents. Si le résultat est trivial, on applique alors la méthode de relaxing extensions*, utilisant une fonction d'agrégation $\oplus_2$, avant de calculer les* best extensions *afin d'obtenir un résultat non trivial :*

$$\mathcal{E}^{\oplus_1,\oplus_2}_{\sigma,best} = \begin{cases} best_i^{\oplus_1}(\mathcal{E}_\sigma(\widehat{WAF})) & si\ \mathcal{E}_\sigma(\widehat{WAF}) \neq \{\emptyset\} \\ best_i^{\oplus_1}(\mathcal{E}_\sigma^{\oplus_2}(WAF)) & sinon \end{cases}$$

Afin de simplifier l'écriture, on écrira FUS_{Maj-NT} au lieu de $FUS^{\sigma,best}_{Maj\text{-}NT}$ lorsque l'on parlera de la méthode de fusion en général.

De la même façon que pour les autres méthodes de fusion, nous avons vérifié quelles sont les propriétés satisfaites par la méthode FUS_{Maj-NT} :

Proposition 12 FUS_{Maj-NT} *satisfait la propriété d'Anonymat* (ANON)*, de σ-fortement non-trivial (σ-SNT) et σ-faiblement non-trivial (σ-WNT) quelque soit la sémantique σ et la règle $best^{\oplus}$ utilisée.*

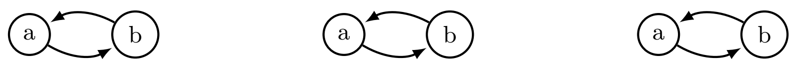
Preuve : Même preuve que pour FUS_{All-NT}. □

De la même manière que pour les autres méthodes de fusion définie précédemment, toutes les autres propriétés ne sont pas satisfaites quelles que soient la sémantique σ ($\sigma \in \{pref, sta, gr, comp\}$) et la méthode *best* choisies ($\forall i \in \{1,2,3,4\}, best_i^{\oplus}$ avec $\oplus \in \{\Sigma, max\}$ une fonction d'agrégation).

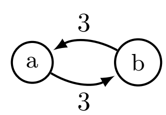
Proposition 13 FUS_{Maj-NT} *ne satisfait pas la propriété σ-fortement décisive.*

Voici un contre-exemple contredisant cette propriété :

Contre-Exemple 13 (σ-fortement décisive) *Utilisons l'exemple de la figure 3.11 afin de démontrer que la propriété de σ-fortement décisive (σ-SD) n'est pas satisfaite par la méthode* FUS_{Maj-NT}.



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a\},\{b\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a\},\{b\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{\{a\},\{b\}\}$



$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{a\},\{b\}\}$

FIGURE 3.11 – Contre-exemple pour la propriété de *σ-fortement décisive* pour la méthode FUS_{Maj-NT}

A partir d'un ensemble quelconque de systèmes d'argumentation (ici AF_1, AF_2 et AF_3), il est tout à fait possible que le résultat de la fusion soit non-décisif. C'est clairement le cas sur notre exemple, puisque :

$$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{a\},\{b\}\}$$

Notons que ce contre-exemple donne un résultat similaire en utilisant les sémantiques préférée et stable associées à une des quatre méthodes best. *Pour la sémantique de base, le résultat sera identique mais pour l'obtenir il faudra passer par les* relaxing extensions.

Sur l'exemple de la figure 3.11, il est évident que tous les agents pensent que les arguments a et b s'attaquent mutuellement. Le résultat de la fusion doit donc logiquement arriver à la même conclusion, ce qui est le cas ici. De plus, il est impossible de considérer une extension meilleure qu'une autre (en utilisant les méthodes $best^{\oplus}$) car les deux attaques possèdent le même poids (ici 3). Or les propriétés décisives demandent d'obtenir un résultat qui est unique et non vide, donc intuitivement soit choisir entre une des deux extensions obtenues, soit en déterminer une autre. Choisir une extension (entre {a} et {b}) plutôt qu'une

autre n'aurait pas de sens, les attaques ayant le même poids. Une autre extension possible pourrait être {a,b}, cependant puisque les trois agents expriment le fait que les deux arguments se contredisent mutuellement, d'une part cet ensemble serait conflictuel, et d'autre part ce résultat ne serait pas cohérent avec les croyances du groupe.
Ce contre-exemple montre donc qu'obtenir un résultat unique (et non vide), dans le cas où tous les systèmes d'argumentation ne sont pas obligatoirement décisifs, n'est pas indispensable et ne permet pas de représenter correctement les croyances d'un groupe d'agents.

Proposition 14 FUS$_{Maj-NT}$ *ne satisfait pas la propriété σ-faiblement décisive.*

Voici un contre-exemple contredisant cette propriété :

Contre-Exemple 14 (σ-faiblement décisive) *Cette fois l'ensemble des systèmes d'argumentation à fusionner sont décisifs afin de démontrer que le résultat de la fusion ne l'est pas forcément, utilisons la figure 3.12 pour illustrer ce contre-exemple :*

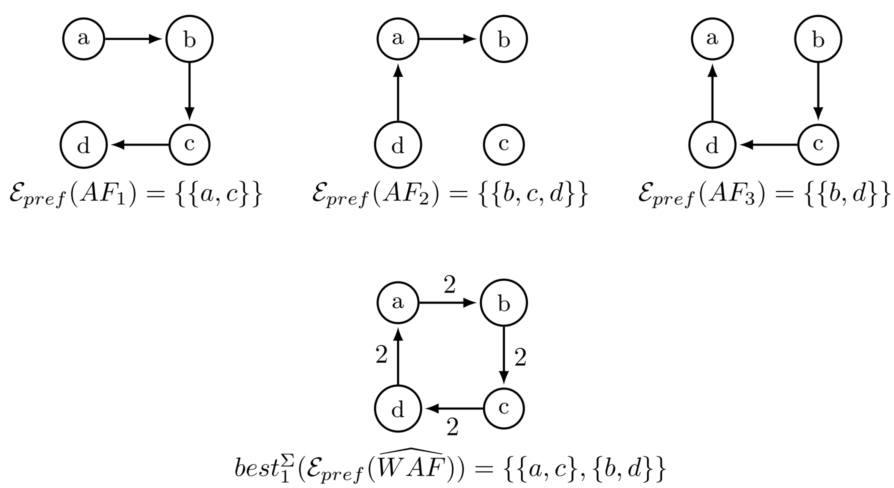


FIGURE 3.12 – Contre-exemple pour la propriété de *σ-faiblement décisive* pour la méthode FUS_{Maj-NT}

Les trois systèmes d'argumentation de départ (AF_1, AF_2 et AF_3) sont bien tous décisifs puisqu'ils possèdent une unique extension non-vide. Cependant, le résultat de la fusion ne l'est pas puisque $\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF}) = \{\{a,c\},\{b,d\}\}$, le choix entre ces deux extensions étant impossible quelle que soit la méthode best$^{\oplus}$ utilisée. Le résultat reste inchangé concernant les autres sémantiques (pour la sémantique de base, on utilisera les relaxing extensions).

Tout comme le contre-exemple utilisé pour la propriété de σ-fortement décisive et malgré le fait que le résultat ne soit pas décisif, celui-ci semble quand même indiscutable. En effet, pour chaque système d'argumentation, l'ensemble d'arguments {a,c} (resp. {b,d}) est sans-conflict et chaque argument de chaque ensemble attaque un argument de l'autre ensemble (c'est le cas par exemple de l'argument a qui attaque seulement l'argument b). Comme ces attaques sont bien présentes en majorité dans les systèmes d'argumentation de départ, celles-ci seront utilisées pour déterminer le résultat de la fusion qui sera donc composé des deux extensions {a,c} et {b,d} (impossible à départager).
Expliquons, maintenant, pourquoi ce résultat ne peux pas se résumer à une seule extension non-vide, en critiquant ces extensions « uniques » possibles :

— {a,b,c,d} ne peut pas être sélectionné car l'extension ne prend pas en compte les quatre attaques représentées majoritairement par les agents (notamment les quatre attaques (a,b), (b,c), (c,d) et (c,d)).
— {a,c} ou {b,d} : Il n'y a aucune raison de choisir une extension plutôt qu'une autre.

Les conclusions concernant cette propriété seront sensiblement les mêmes que celles de la propriété de σ-fortement décisive. En effet, l'intérêt d'obtenir une extension unique peut se justifier par le fait qu'il n'y ait pas de choix à faire, par la suite, afin de savoir quel argument est accepté ou non. Cependant, comme c'est cas sur notre exemple, cette propriété de σ-faiblement décisive peut tout de même se montrer parfois trop forte.

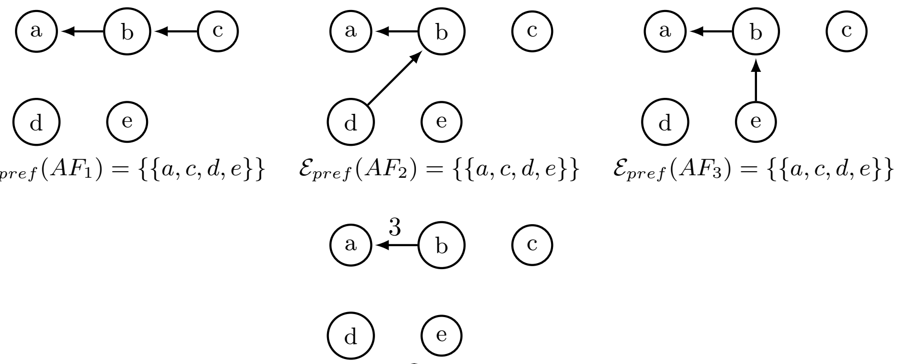
Proposition 15 FUS$_{Maj-NT}$ *ne satisfait pas les propriétés σ-identité, ca$_\sigma$-identité et sa$_\sigma$-identité quelle que soit la sémantique σ utilisée.*

Le même contre-exemple de la figure 3.10, utilisé pour l'opérateur FUS_{All-NT}, peut être appliqué pour FUS_{Maj-NT}. En effet, toutes les attaques étant présentes dans tous les AF (et donc une majorité stricte), le WAF obtenu sera exactement le même pour FUS_{Maj-NT}. Le résultat sera donc similaire quelle que soit la sémantique choisie.

Proposition 16 FUS$_{Maj-NT}$ *ne satisfait pas les propriétés d'unanimité, de majorité et de fermeture.*

Afin de prouver cela, nous allons utiliser un contre-exemple particulier et très intuitif qui contredit ces neuf propriétés quelle que soit la sémantique σ et la méthode *best* choisie :

Contre-Exemple 15 *Les trois systèmes d'argumentation de départ, de la figure 3.13, sont composés chacun de cinq arguments, $A = \{a, b, c, d, e\}$ et de deux attaques. Une des deux attaques, l'attaque de l'argument b sur l'argument a, $(b, a) \in R$, est présente unanimement dans l'ensemble des systèmes d'argumentation de départ. La seconde attaque concernera les trois autres arguments qui attaqueront chacun exactement une fois l'argument b dans les AF (ou en terme de défense, défendront l'argument a) : $(c, b) \in Att(AF_1)$, $(d, b) \in Att(AF_2)$ et $(e, b) \in Att(AF_3)$.*



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a, c, d, e\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, c, d, e\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{\{a, c, d, e\}\}$

$best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b, c, d, e\}\}$

FIGURE 3.13 – Contre-exemple pour les propriétés d'Unanimité, de Majorité et de Fermeture avec la méthode FUS_{Maj-NT}

Il est clair qu'ici les arguments c, d et e n'étant jamais attaqués, dans aucun des systèmes d'argumentation de départ, doivent être logiquement présent dans le résultat de la fusion. De plus, l'argument a est toujours défendu par un des ces trois arguments. Chaque système d'argumentation possède donc une extension unique $\mathcal{E} = \{a, c, d, e\}$*, qui, de plus, correspond aux arguments acceptés crédulement et sceptiquement.*
Cependant, lors du calcul du WAF permettant de déterminer le résultat de la fusion, celui-ci n'est composé que de l'attaque (b, a) *avec un poids de 3, les autres attaques n'étant pas présentes majoritairement dans les systèmes d'argumentation initiaux. Cela à pour conséquence de « modifier » l'extension représentant le résultat de la fusion, puisque l'argument b est, cette fois, accepté à la place de l'argument a :* $best_1^{\Sigma}(\mathcal{E}_{pref}(\widehat{WAF})) = \{\{b, c, d, e\}\}$*. Notons, que nous avons utilisé la sémantique préférée et la fonction d'agrégation* σ*, mais le résultat sera similaire avec les autres sémantiques* $(\sigma \in \{sta, gr, comp\})$ *et les autres méthodes* best*.*

Ce résultat peut paraître, à première vue, illogique si l'on regarde les extensions obtenues (et de ce fait les arguments acceptés) mais cela peut s'expliquer par le fait que même si l'argument a est défendu dans chaque système d'argumentation de départ, il l'est, à chaque fois, par un argument différent. Et c'est cette diversité qui permet à l'argument b d'appartenir à l'unique extension de sortie (à la place de l'argument a) et, de ce fait, d'être accepté crédulement et sceptiquement alors que ce n'était pas le cas dans les systèmes d'argumentation d'entrée. Par conséquent, cela remet en cause les propriétés d'unanimité, de majorité et de fermeture.

Notons également que ce graphe résultant reste, tout de même, très intuitif. En effet, la majorité des agents (voire l'unanimité) sont d'accord avec plusieurs aspects du domaine :

- Tous les agents pensent que l'argument b attaque l'argument a
- Deux des trois agents (donc une majorité stricte [1]) pensent que l'argument c n'attaque pas l'argument b
- Deux des trois agents pensent que l'argument d n'attaque pas l'argument b
- Deux des trois agents pensent que l'argument e n'attaque pas l'argument b

Un opérateur adoptant un bon comportement pour la fusion doit prendre en considération ces éléments représentant la position du groupe. Ce qui est le cas sur l'exemple de la Figure 3.13 en utilisant l'opérateur FUS_{Maj-NT}. Cependant, cela va à l'encontre des propriétés d'unanimité, de majorité et de fermeture qui ont été définies.

Critiques des propriétés d'Unanimité et de Majorité

Commençons par regarder de plus près les propriétés d'unanimité et de majorité qui sont fortement liées. En effet, il est évident que si une méthode de fusion satisfait les propriétés de majorité, alors forcément celle-ci satisfait également les propriétés d'unanimité.

Proposition 17 *Si une méthode de fusion satisfait les propriétés de majorité (respectivement σ-Majoritaire, ca_σ-Majoritaire et sa_σ-Majoritaire) alors elle satisfait également les propriétés d'unanimité (respectivement σ-Unanime, ca_σ-Unanime et sa_σ-Unanime). L'inverse n'est pas forcément vrai.*

Preuve : Cette preuve est évidente puisque si une extension, présente majoritairement dans chaque systèmes d'argumentation de départ, est accepté alors cela est encore plus vrai si l'extension en question est présente unanimement. Ce raisonnement est identique pour les arguments acceptés crédulement et sceptiquement. □

Il est donc utile de vérifier les propriétés d'unanimité uniquement dans le cas où une des propriétés de majorité n'est pas satisfaite. Cependant, les propriétés d'unanimité peuvent paraître plus intuitives, voire évidentes, puisque, dans le cas où une entité (extension, argument accepté sceptiquement ou crédulement) est acceptée unanimement, c'est à dire par tous les agents, alors pourquoi celle-ci ne serait pas présente dans le résultat de la fusion ?
Une explication possible serait que cette entité peut être acceptée de manière très différente, voire parfois contradictoire (c'est la cas notamment avec l'extension {a,c} dans le contre-exemple 3.5). Cela a pour conséquence de faire apparaître certaines entités alors que celles-ci n'étaient pas présentes dans les systèmes d'argumentation de départ, ou à l'inverse d'en supprimer certaines qui y étaient présentes unanimement. Cette situation est accentuée lorsque cette entité est une extension (σ-Unanime). En effet, une sémantique peut être plus ou

1. On parlera même de quasi-unanimité (i.e. tous sauf un), cet exemple pouvant être généralisé avec un nombre d'AF en entrée supérieur à trois.

moins souple concernant l'acceptation d'un argument. Des extensions présentes unanimement peuvent donc, au vue de leurs diversités d'obtention, voir leurs arguments réfutés ou être inclus dans une extension plus grande pour l'inclusion. Ce qui rend cette propriété σ-Unanime moins intéressante dans ces cas là. Cette conclusion se vérifie d'autant plus avec la propriété σ-Majoritaire. En effet, en plus de la diversité d'obtention d'une extension, celle-ci n'est pas acceptée par tous les agents. La présence d'extensions totalement différentes augmente la probabilité d'absence de cette extension dans le résultat de la fusion.

Enfin, concernant la question de savoir si les propriétés d'unanimité et de majorité, basées sur les arguments acceptés crédulement, sont jugées importantes ou non ira dans le même sens. En effet, rappelons d'un argument est accepté crédulement, pour un agent, s'il appartient au moins à une des ses extensions. Le principale problème concernant l'inférence crédule est qu'il existe un risque d'accepter des arguments étant incompatibles en eux (c'est le cas si l'on prend le cas du contre-exemple 3.11 où les arguments a et b, s'attaquant mutuellement, sont, malgré tout, acceptés crédulement dans le résultat de la fusion) . Concernant, la propriété de fusion basée sur l'unanimité, ce risque peut être amoindri puisque si celle-ci est satisfaite pour un argument alors chaque agent possède au moins une extension composée de cet argument. Il existe, cependant, toujours un risque que cet argument soit accepté pour des raisons différentes. Pour la propriété basée sur la majorité, ce risque est accentué puisque, en plus d'accepter des arguments parfois incompatibles, il existe une minorité (plus ou moins importante) d'agents n'étant pas en accord avec ces arguments.

Critiques des propriétés de Fermeture

Rappelons que ces propriétés de fermeture ont été introduites, par Dunne et al., dans un but précis. Celui-ci étant que la méthode de fusion n'invente rien, c'est à dire que si une entité est présente dans le résultat de la fusion, alors cette entité doit l'être également dans au moins un des systèmes d'argumentation en entrée. Cette propriété serait, en effet, très intéressante (voir indispensable) si les arguments pouvaient être acceptés d'une façon unique, ce qui n'est, bien évidemment, pas le cas avec les différentes sémantiques utilisées. Si nous prenons les systèmes d'argumentation de la figure 3.5 (auxquels il est possible d'ajouter un autre système d'argumentation, afin d'avoir un nombre impair d'AF, où l'argument b s'auto-attaque et les arguments a et b, ainsi que les arguments b et c, s'attaquent mutuellement), on voit bien que comme les arguments a et c sont acceptés de différentes façons, cela a permis à l'argument b (qui attaque bien, à chaque fois, un des deux arguments) d'être logiquement présent dans le résultat de la fusion. Ce qui met en avant, les limites des ces propriétés de fermeture. Seule, la propriété de sa_σ-Fermeture peut sembler intéressante, à première vue, mais en utilisant le contre-exemple 3.13, on voit bien que le problème est similaire.
Il existe cependant une méthode permettant de satisfaire cette propriété de fermeture (même si ce n'est pas toujours le choix le plus judicieux). En effet,

dans le papier de Coste-Marquis et al. [CMDK^{+}07], les auteurs expliquent qu'il est possible d'inclure une contrainte d'intégrité dans les définitions de fusion. Cela peut être utile dans le cas où il existe certaine connaissance (incontestable) sur le résultat attendu, ou alors, dans notre cas, où nous voulons que les entités présentes dans le résultat, le soit aussi dans un des AF d'entrée. Il suffit alors de regarder uniquement les AF qui satisfont les contraintes, de façon similaire à ce qui est fait pour la fusion de base de croyances en logique propositionnelle [KP02].

3.4 Résumé et conclusions

Dans cette partie, nous allons rappeler, à l'aide de la Table 3.1, les propriétés satisfaites par les opérateurs basés sur les *weighted argumentation framework*. Tout d'abord, la méthode FUS_{All} qui permet de prendre en compte toutes les attaques proposées par les agents. Puis, nous avons défini une autre méthode FUS_{All-NT} très similaire, à la différence près, qu'une méthode [CMKMO12b] est utilisée afin de rendre le résultat de fusion non-trivial en cas d'extension vide. Enfin, nous avons introduit une dernière méthode FUS_{Maj-NT} qui représente, cette fois, une attaque dans le WAF de sortie, seulement si celle-ci est accepté par une majorité stricte d'agents, réduisant ainsi le problème d'agents « isolés ».

Les résultats montrent, cependant, que peu de propriétés sont satisfaites par les opérateurs de fusion basés sur les WAF. Donc, l'objectif est de savoir si ce sont les opérateurs de fusion qui adoptent un mauvais comportement, ou si ce sont les propriétés, parmi celles n'étant pas satisfaites, qui sont parfois trop fortes ou inutiles. En nous basant sur des contre-exemples très intuitifs (représenté par la Figure 3.13 et par la Figure 3.12), nous sommes arrivés à la conclusion que les propriétés qui ne sont jamais satisfaites sont trop fortes pour permettre l'obtention d'un résultat de fusion qui soit représentatif de la position du groupe.

Donc en supprimant ces propriétés, nous obtenons la Table 3.2. Même si aucun des opérateurs ne satisfait toutes les propriétés pour chaque sémantique, chaque propriété est cependant satisfaite par au moins un des opérateurs de fusion proposé. Ce qui montre que ces opérateurs adoptent un bon comportement en vue des propriétés qu'ils satisfont.

Propriétés		FUS_{All}	FUS_{All-NT}	FUS_{Maj-NT}
Anonymat	ANON	✓	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	$\times$	✓	✓
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	$\times$	✓	✓
σ-fortement décisive	σ-SD	$\times$	$\times$	$\times$
σ-faiblement décisive	σ-WD	$\times$	$\times$	$\times$
σ-Unanime	σ-U	$\times$	$\times$	$\times$
ca_σ-Unanime	ca_σ-U	$\times$	$\times$	$\times$
sa_σ-Unanime	sa_σ-U	$\times$	$\times$	$\times$
σ-Majoritaire	σ-MAJ	$\times$	$\times$	$\times$
ca_σ-Majoritaire	ca_σ-MAJ	$\times$	$\times$	$\times$
sa_σ-Majoritaire	sa_σ-MAJ	$\times$	$\times$	$\times$
σ-Fermeture	σ-C	$\times$	$\times$	$\times$
ca_σ-Fermeture	ca_σ-C	$\times$	$\times$	$\times$
sa_σ-Fermeture	sa_σ-C	$\times$	$\times$	$\times$
σ-Identité	σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$
ca_σ-Identité	ca_σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$
sa_σ-Identité	sa_σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$

$\checkmark^{\sigma}$ signifie que la propriété est vérifiée que par la sémantique σ.

TABLE 3.1 – Propriétés satisfaites par FUS_{All}, FUS_{All-NT} et FUS_{Maj-NT}

Propriétés		FUS_{All}	FUS_{All-NT}	FUS_{Maj-NT}
Anonymat	ANON	✓	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	$\times$	✓	✓
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	$\times$	✓	✓
σ-Identité	σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$
ca_σ-Identité	ca_σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$
sa_σ-Identité	sa_σ-ID	$\checkmark^{gr}$	$\times$	$\times$

$\checkmark^{\sigma}$ signifie que la propriété est vérifiée que par la sémantique σ.

TABLE 3.2 – Propriétés indispensables satisfaites par FUS_{All}, FUS_{All-NT} et FUS_{Maj-NT}

Chapitre 4

Méthodes de fusion PaAF

De la même manière que le travail effectué sur les opérateurs basés sur les WAF, nous allons vérifier, dans ce chapitre, quelles sont les propriétés satisfaites par les méthodes de fusion PaAF ($\triangle_{de}^{\Sigma}$ et $\triangle_{de}^{leximax}$).

4.1 Propriétés satisfaites par les opérateurs de fusion PaAF

Avant cela, rappelons que certaines propriétés ne pouvaient pas s'appliquer pour les opérateurs définis dans le chapitre précédent. En effet, le résultat de fusion étant un ensemble d'extensions, les propriétés basées sur les attaques des systèmes d'argumentation n'étaient pas applicables. Les opérateurs Merging n'ont pas ce problème. Ces opérateurs prennent toujours un ensemble de systèmes d'argumentation en entrée mais, à la différence des autres opérateurs, retournent un ensemble de systèmes d'argumentation.

Néanmoins, rappelons que les propriétés introduites dans la section 2.1, sont définies pour un résultat de fusion composé d'un unique système d'argumentation et non un ensemble de systèmes d'argumentation. Si le problème ne se pose pas pour l'acceptabilité des arguments qui est déterminée après la fusion des systèmes d'argumentation, rien n'est prévu pour les attaques d'arguments. Nous avons donc choisi de redéfinir ces propriétés afin de les rendre plus générales et donc applicables pour un résultat de fusion composé de plusieurs systèmes d'argumentation. La fonction d'agrégation γ prendra, cette fois, la signature suivante : $\gamma : \mathbb{AF}^n \to 2^{\mathbb{AF}}$. Rappelons que $\hat{AF} = (AF_1, \ldots, AF_n)$ est un tuple quelconque de $\mathbb{AF}^n$ et notons également $AF^* = (AF_1^*, \ldots, AF_k^*)$ l'ensemble des systèmes d'argumentation résultant de la fusion γ.

— $\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,$ *pour toute attaque* a :
$a \in \bigcap_{i=1}^{n} Att(AF_i) \Rightarrow a \in \bigcap_{j=1}^{k} Att(AF_j^*)$ **(Attaque Unanime)**

— $\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \forall AF^*_j \in AF^*, \exists i \in \mathcal{N} : AF^*_j = AF_i$ **(Fermeture)**

— $\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n : \bigcup_{j=1}^{k} Att(AF^*_j) \subseteq Att(AF_1) \cup \ldots \cup Att(AF_n)$

(Attaque fermée)

— $\forall \hat{AF} \in \mathbb{AF}^n,$ *pour toute attaque* a :

$\#(\langle AF_i : a \in Att(AF_i)\rangle) > \frac{n}{2} \Rightarrow a \in \bigcap_{j=1}^{k} Att(AF^*_j)$

(Attaque Majoritaire)

Avec la définition de ces propriétés plus générales, nous pouvons maintenant vérifier les propriétés satisfaites par les opérateurs $\triangle^{\Sigma}_{de}$ et $\triangle^{leximax}_{de}$. Précisons que, comme pour les opérateurs de fusion WAF, pour notre étude des propriétés, nous nous sommes focalisés sur les sémantiques définies dans la partie sur l'argumentation de Dung (*pref* pour la sémantique préférée, *gr* pour la sémantique de base, *sta* pour la sémantique stable et *comp* pour la sémantique complète) : $\sigma \in \{pref, gr, sta, comp\}$. Nous choisirons également d'utiliser les ensembles étant *skeptically jointly acceptable* afin de représenter les ensembles d'arguments acceptés. Notons, enfin, que pour l'étude de ces opérateurs, nous passerons directement à la phase de fusion, en oubliant celle de l'expansion. Nous partirons, pour cela, avec un ensemble d'AF (sans relation d'ignorance) contenant les mêmes arguments.

4.1.1 Merging $\triangle^{\Sigma}_{de}$

Notons qu'une relation intéressante a été soulignée par Coste-Marquis et al. [CMDK+07]. Ils expliquent que si la méthode $\triangle^{\Sigma}_{de}$ est utilisée, la fusion d'un profil coïncidera avec la notion de graphe de majorité. Une attaque est présente dans le graphe de majorité si et seulement si cette attaque est présente dans une majorité stricte de systèmes d'argumentation.

Proposition 18 *$\triangle^{\Sigma}_{de}$ satisfait la propriété d'Anonymat* (ANON)*, les différentes propriétés d'Identité* (A-ID, σ-ID, ca_σ-ID et sa_σ-ID)*, ainsi que les propriétés d'Attaque Unanime* (UA)*, Majoritaire* (MAJ-A) *et Fermée* (AC) *quelle que soit la sémantique σ.*

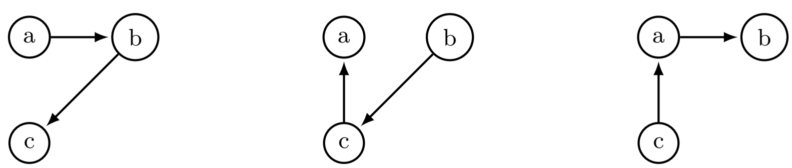
Preuve : Concernant la propriété d'anonymat, $\triangle^{\Sigma}_{de}$ ne prend pas en compte l'ordre dans lequel les systèmes d'argumentation à fusionner sont sélectionnés (le résultat sera toujours identique quel que soit l'ordre choisi).
Pour les propriétés d'identité, le résultat de la fusion de n systèmes d'argumentation identiques par $\triangle^{\Sigma}_{de}$ donnera forcement le même système d'argumentation. En effet, le système d'argumentation résultant de la fusion sera unique car il possède une distance qui est nulle, de(AF, AF) = 0, avec tous les systèmes d'argumentation du profil (et donc la somme des distances sera nulle également).

Enfin, pour les propriétés d'attaques, le lien avec le graphe de majorité permet, d'après sa définition, aux propriétés d'attaque unanime, majoritaire et fermée d'être logiquement satisfaites. □

Remarque : Il est possible de mettre en relation cette méthode de fusion $\triangle^{\Sigma}_{de}$ (qui est lié au graphe de majorité) et notre méthode définie dans la section précédente FUS_{Maj-NT}. En effet, dans le cas où le résultat de la fusion $\triangle^{\Sigma}_{de}$ donne un AF unique, celui-ci correspondra alors exactement avec celui obtenu pour la méthode FUS_{Maj-NT} sans les poids. Cela permet donc d'utiliser les mêmes contre-exemples pour les propriétés n'étant pas satisfaites par $\triangle^{\Sigma}_{de}$ qui retournera, dans ces cas là, un unique système d'argumentation.

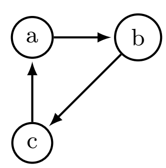
Nous fournirons, néanmoins, un contre-exemple pour les propriétés de non-trivialité qui sont satisfaites par FUS_{Maj-NT}mais pas par $\triangle^{\Sigma}_{de}$.

Contre-Exemple 16 *En partant d'un ensemble de systèmes d'argumentation non-triviaux, il est possible d'obtenir un AF en sortie qui soit trivial. Appuyons nous sur l'exemple de la figure 4.1 pour le démontrer.*



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a, c\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{a, b\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_3) = \{\{b, c\}\}$

Le résultat de la fusion donne un unique système d'argumentation :



AF'

FIGURE 4.1 – Contre-exemple de la propriété de non-trivialité pour $\triangle^{\Sigma}_{de}$

Notons que les trois systèmes d'argumentation de départ (AF_1, AF_2 et AF_3) sont bien non-triviaux puisqu'ils possèdent chacun une extension non vide. En appliquant la méthode de fusion $\triangle^{\Sigma}_{de}$, nous obtenons un unique résultat :

$$\triangle^{\Sigma}_{de}\ (AF_1, AF_2, AF_3) = \{AF'\} \text{ avec } \sum_{i=1}^{3} de(AF', AF_i) = 3$$

Néanmoins, AF', qui est le résultat de la fusion, est un système d'argumentation trivial puisque $\mathcal{E}_{pref}(AF') = \{\emptyset\}$.

4.1.2 Merging $\triangle_{de}^{leximax}$

Passons, maintenant, à l'opérateur PaAF utilisant le leximax comme fonction d'agrégation. Vérifions quelles propriétés sont satisfaites par $\triangle_{de}^{leximax}$.

Proposition 19 $\triangle_{de}^{leximax}$ *satisfait la propriété d'Anonymat* (ANON)*, les différentes propriétés d'Identité* (A-ID, σ-ID, ca_σ-ID et sa_σ-ID)*, ainsi que les propriétés d'Attaque Unanime* (UA) *et Fermée* (AC) *quelle que soit la sémantique σ choisie.*

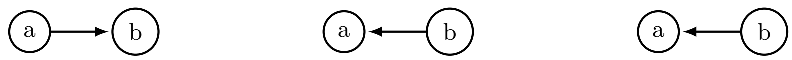
Preuve : Concernant les propriétés d'anonymat et d'identité, les preuves seront, à peu de choses près, les mêmes. Pour l'identité, l'edit distance étant toujours nulle, le leximax des distances donnera donc une liste de valeur nulle impossible à améliorer.
La propriété d'attaque unanime est également satisfaite. Supposons qu'une attaque a appartenant aux n systèmes d'argumentation à fusionner, n'est pas présente dans le résultat pour la fusion qui donne un AF, ayant un score $\mathcal{L}eximax_{i=1}^{n} de(AF, PAF_i) = (e_1, \ldots, e_n)$. Si on ajoute cette attaque à AF, alors celui-ci obtiendra un score meilleur : $(e_1 - 1, \ldots, e_n - 1)$.
Pour la propriété d'Attaque Fermée, le raisonnement sera globalement le même sauf que l'on part avec un résultat contenant une attaque qui n'est pas présente dans les systèmes d'argumentation de départ. Et on montre que l'enlever donnera un meilleur score. Cela prouvera qu'une attaque, présente dans le résultat, le sera également dans au moins un des systèmes d'argumentation. □

Les contre-exemples seront les mêmes pour les propriétés de non-trivialité, d'unanimité, de majorité et de fermeture que pour $\triangle_{de}^{\Sigma}$. Nous proposerons donc un contre-exemple concernant les propriétés décisives et d'attaque majoritaire qui ne sont pas satisfaites.

Contre-Exemple 17 *La figure 4.2, nous aidera à démontrer que les propriétés décisives (σ-fortement décisive et σ-faiblement décisive) ainsi que la propriété d'attaque majoritaire ne sont pas satisfaites dans tous les cas pour la méthode $\triangle_{de}^{leximax}$.*
Notons que les trois systèmes d'argumentation de départ (AF_1, AF_2 et AF_3) sont bien décisifs puisqu'ils possèdent chacun une extension unique et non vide. L'attaque de l'argument b sur l'argument a est également présente majoritairement : $(b, a) \in Att(AF_{2,3})$. En appliquant la méthode de fusion $\triangle_{de}^{leximax}$, nous obtenons le résultat suivant :

$$\triangle_{de}^{leximax}(AF_1, AF_2, AF_3) = \{AF_1', AF_2'\}$$

$$\textit{avec } \mathcal{L}eximax_{i=1}^{3} de(AF_1', AF_i) = \mathcal{L}eximax_{i=1}^{3} de(AF_2', AF_i) = (1, 1, 1)$$



$\mathcal{E}_{pref}(AF_1) = \{\{a\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{b\}\}$ $\mathcal{E}_{pref}(AF_2) = \{\{b\}\}$

On obtient, en appliquant la méthode $\triangle_{de}^{leximax}$, les systèmes d'argumentation suivants :

AF_1' AF_2'

FIGURE 4.2 – Contre-exemple pour la propriété décisive et attaque majoritaire pour $\triangle_{de}^{leximax}$

En calculant les extensions de ces deux systèmes d'argumentation, on trouve le résultat suivant :

$$\mathcal{E}_{pref}(AF_1') = \{\{a\}, \{b\}\} \textit{ et } \mathcal{E}_{pref}(AF_2') = \{\{a, b\}\}$$

Ici les ensembles $\{a\}$ *et* $\{b\}$ *sont* skeptically jointly acceptable *pour la fusion. Le résultat n'est donc pas décisif et l'attaque (b,a) n'est pas présente dans tous les* AF' *puisque* $(b, a) \notin Att(AF_2')$.

Notons que la propriété d'attaque majoritaire n'est pas validé par $\triangle_{de}^{leximax}$ alors qu'elle l'est pour $\triangle_{de}^{\Sigma}$. Le choix de la fonction d'agrégation est donc important puisque celle-ci changera, en quelque sorte, le comportement de l'opérateur. En effet, utiliser la somme permet de résoudre les conflits en utilisant la notion de majorité. Alors que, la fonction leximax peut s'avérer plus appropriée si le but est d'essayer de définir un résultat proche de l'AF de chaque agent du groupe.

Néanmoins les propriétés les plus intéressantes, concernant les attaques, sont les propriétés d'attaque unanime et fermée qui sont toutes deux satisfaites. Ces deux propriétés sont, en effet, indispensables de par leurs définitions. Une attaque validée par tous les agents doit incontestablement être présente dans le (ou les) système(s) d'argumentation résultant(s). De manière similaire, si le(s) système(s) d'argumentation, résultant de la fusion, possède(nt) une attaque, alors celle-ci doit être également présente dans l'un des AF de départ, sinon il n'y aurait aucun sens à la présence de cette attaque dans le résultat.

4.2 Résumé et conclusions

Nous avons étudié une méthode de fusion $\triangle_{de}^{\otimes}$ définie par Coste-Marquis et al. [CMDK+07]. Cette méthode sélectionne, comme résultat de la fusion, un ou plusieurs systèmes d'argumentation étant le plus proche possible de la position du groupe. Ce choix se base sur la sélection des AF qui minimisent une fonction cumulant les distances entre l'AF sélectionné et les systèmes d'argumentation à fusionner. Nous avons choisi de regarder le comportement de cette méthode en utilisant l'*edit distance* comme fonction de pseudo-distance et la somme ou le leximax comme fonction d'agrégation. Cette méthode, qui retourne un ensemble de systèmes d'argumentation, rend possible (après généralisation de ces propriétés à un résultat correspondant à un ensemble de systèmes d'argumentation) la vérification des propriétés basées sur la syntaxe des AF, contrairement aux méthodes de fusion basées sur les WAF.

Nous rappelons, en utilisant le tableau 4.1, les propriétés satisfaites pas les opérateurs de fusion PaAF : $\triangle_{de}^{\Sigma}$ et $\triangle_{de}^{leximax}$.

Propriétés		$\triangle_{de}^{\Sigma}$	$\triangle_{de}^{leximax}$
Anonymat	ANON	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	×	×
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	×	×
σ-fortement décisive	σ-SD	×	×
σ-faiblement décisive	σ-WD	×	×
Attaque Unanime	UA	✓	✓
σ-Unanime	σ-U	×	×
ca_σ-Unanime	ca_σ-U	×	×
sa_σ-Unanime	sa_σ-U	×	×
Attaque Majoritaire	MAJ-A	✓	×
σ-Majoritaire	σ-MAJ	×	×
ca_σ-Majoritaire	ca_σ-MAJ	×	×
sa_σ-Majoritaire	sa_σ-MAJ	×	×
Fermeture	CLO	×	×
Attaque fermée	AC	✓	✓
σ-Fermeture	σ-C	×	×
ca_σ-Fermeture	ca_σ-C	×	×
sa_σ-Fermeture	sa_σ-C	×	×
Attaque Identité	A-ID	✓	✓
σ-Identité	σ-ID	✓	✓
ca_σ-Identité	ca_σ-ID	✓	✓
sa_σ-Identité	sa_σ-ID	✓	✓

TABLE 4.1 – Propriétés satisfaites par $\triangle_{de}^{\Sigma}$ et $\triangle_{de}^{leximax}$

On remarque que, de la même manière que pour les opérateurs basés sur les WAF, beaucoup de propriétés ne sont pas satisfaites. Cependant un grand nombre de ces propriétés sont trop fortes.

En supprimant ces propriétés, nous obtenons les résultats résumés par la table 4.2.

Propriétés		$\triangle_{de}^{\Sigma}$	$\triangle_{de}^{leximax}$
Anonymat	ANON	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	$\times$	$\times$
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	$\times$	$\times$
Attaque Unanime	UA	✓	✓
Attaque Majoritaire	MAJ-A	✓	$\times$
Attaque fermée	AC	✓	✓
Attaque Identité	A-ID	✓	✓
σ-Identité	σ-ID	✓	✓
ca_σ-Identité	ca_σ-ID	✓	✓
sa_σ-Identité	sa_σ-ID	✓	✓

TABLE 4.2 – Propriétés indispensables satisfaites par $\triangle_{de}^{\Sigma}$ et $\triangle_{de}^{leximax}$

On remarque, après suppression des propriétés jugées trop fortes, qu'il ne reste que les propriétés de non-trivialité qui ne sont jamais satisfaites. Cependant, toutes les autres propriétés, et principalement les propriétés basées sur les attaques, sont satisfaites par au moins un des deux opérateurs ($\triangle_{de}^{\Sigma}$ ou $\triangle_{de}^{leximax}$). Ces propriétés adoptent donc un bon comportement pour la fusion de systèmes d'argumentation.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Le but de ce travail était d'étudier l'agrégation de systèmes d'argumentation. Beaucoup de travaux existent concernant la révision de croyances, ce qui n'est pas le cas de la fusion de croyances, et plus précisément, la fusion utilisée dans le cadre des systèmes d'argumentation.

Dans une première partie, nous avons d'abord décrit le cadre dans lequel nous avons travaillé : celui des systèmes d'argumentation abstraits de Dung. Un des objectifs de ces systèmes d'argumentation est de déterminer quels sont les ensembles d'arguments qui peuvent être inférés. Pour cela deux méthodes ont été proposé dans la littérature : les extensions et les *labellings*. Nous avons ensuite commencé par lister les propriétés, basées sur la théorie du vote, existantes dans la littérature concernant la fusion de systèmes d'argumentation. Puis, nous avons étudié un premier opérateur de fusion PaAF qui permet de sélectionner un ou plusieurs systèmes d'argumentation représentant au mieux un groupe d'agents. Enfin, nous rappelons ce qu'est un *weighted argumentation frameworks* (WAF) où un poids sur les attaques est ajouté.

Dans une seconde partie, nous avons proposé trois nouveaux opérateurs basés sur les WAF, où une interprétation possible serait que le poids sur les attaques représente le nombre d'agents en accord avec cette attaque. Nous avons ensuite voulu savoir quelles propriétés sont satisfaites par les opérateurs définies en commençant (après modification de certaines propriétés) par les opérateurs PaAF puis pour les opérateurs basés sur les WAF. Nous avons trouvé que peu de propriétés sont satisfaites par ces opérateurs, donc nous avons voulu savoir si ce sont les opérateurs qui adoptent un mauvais comportement ou si ce sont les propriétés qui sont trop fortes. En nous basant sur un contre-exemple très intuitif, nous avons montré que la quasi-totalité des propriétés n'étant jamais satisfaites sont trop fortes.

Propriétés		$\triangle_{de}^{\Sigma}$	$\triangle_{de}^{leximax}$	FUS_{All}	$FUS_{All\text{-}NT}$	$FUS_{Maj\text{-}NT}$
Anonymat	ANON	✓	✓	✓	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	×	×	×	✓	✓
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	×	×	×	✓	✓
σ-fortement décisive	σ-SD	×	×	×	×	×
σ-faiblement décisive	σ-WD	×	×	×	×	×
Attaque Unanime	UA	✓	✓	-	-	-
σ-Unanime	σ-U	×	×	×	×	×
ca_{σ}-Unanime	ca_{σ}-U	×	×	×	×	×
sa_{σ}-Unanime	sa_{σ}-U	×	×	×	×	×
Attaque Majoritaire	MAJ-A	✓	×	-	-	-
σ-Majoritaire	σ-MAJ	×	×	×	×	×
ca_{σ}-Majoritaire	ca_{σ}-MAJ	×	×	×	×	×
sa_{σ}-Majoritaire	sa_{σ}-MAJ	×	×	×	×	×
Fermeture	CLO	×	×	-	-	-
Attaque fermée	AC	✓	✓	-	-	-
σ-Fermeture	σ-C	×	×	×	×	×
ca_{σ}-Fermeture	ca_{σ}-C	×	×	×	×	×
sa_{σ}-Fermeture	sa_{σ}-C	×	×	×	×	×
Attaque Identité	A-ID	✓	✓	-	-	-
σ-Identité	σ-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×
ca_{σ}-Identité	ca_{σ}-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×
sa_{σ}-Identité	sa_{σ}-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×

$✓^{\sigma}$ signifie que la propriété est vérifiée par la sémantique σ

TABLE 4.3 – Propriétés satisfaites par les opérateurs de fusion étudiés

Cepandant, en enlevant les propriétés trop fortes, on obtient la table suivante :

Propriétés		$\triangle_{de}^{\Sigma}$	$\triangle_{de}^{leximax}$	FUS_{All}	$FUS_{All\text{-}NT}$	$FUS_{Maj\text{-}NT}$
Anonymat	ANON	✓	✓	✓	✓	✓
σ-fortement non-trivial	σ-SNT	×	×	×	✓	✓
σ-faiblement non-trivial	σ-WNT	×	×	×	✓	✓
Attaque Unanime	UA	✓	✓	-	-	-
Attaque Majoritaire	MAJ-A	✓	×	-	-	-
Attaque fermée	AC	✓	✓	-	-	-
Attaque Identité	A-ID	✓	✓	-	-	-
σ-Identité	σ-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×
ca_{σ}-Identité	ca_{σ}-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×
sa_{σ}-Identité	sa_{σ}-ID	✓	✓	$✓^{gr}$	×	×

$✓^{\sigma}$ signifie que la propriété est vérifiée par la sémantique σ

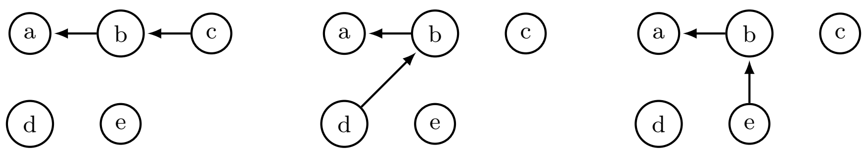
TABLE 4.4 – Propriétés nécessaires satisfaites par les opérateurs de fusion étudiés

En conclusion, on peut dire que, même si toutes les propriétés sont satisfaites au moins par un opérateur, aucun d'entre eux ne satisfait toutes les propriétés

« nécessaires ». Il serait donc intéressant d'étudier de nouveaux opérateurs dans ce sens. Remarquons également qu'après la « suppression » des propriétés trop fortes, il reste peu de propriétés à vérifier. Un travail envisageable serait donc de trouver d'autres propriétés raisonnables.

Perspectives

Plusieurs perspectives de recherche sur ce sujet peuvent être envisagées. Une première consiste à améliorer les opérateurs existants afin qu'ils retournent un résultat encore plus proche de la position du groupe. Une solution possible serait de prendre en considération, dans certains cas, les attaques n'étant pas présentes en majorité chez les agents. Un graphe possible pourrait être semblable à celui proposé sur la figure 4.3.



La fusion de ces trois systèmes d'argumentation donne le WAF de gauche pour l'opérateur FUS_{Maj-NT} mais peut donner le WAF de droite (avec, pour une attaque, le poids de gauche représentant le nombre d'agents en accord avec l'attaque et le poids de gauche ceux en désaccord) :

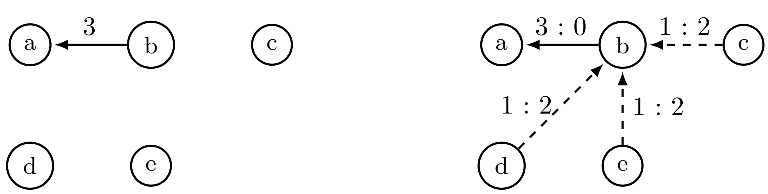


FIGURE 4.3 – Possibilité de WAF incluant certaine attaque minoritaire

Ces informations supplémentaires pourraient être utilisées lors de calcul d'extensions par exemple, ou encore lors du choix des meilleures extensions.

Une autre perspective intéressante serait d'essayer de retranscrire les postulats de la fusion utilisés en logique propositionnelle [KP02] afin de les adapter aux cadre des systèmes d'argumentation. Cet ensemble de postulats a été proposé afin que les opérateurs de fusion en logique propositionnelle qui les respectent, adoptent un bon comportement.

Enfin, une autre approche que celle utilisé dans ce mémoire (approche centralisée) a été proposé dans la littérature : l'approche distribuée [BM11]. Cette approche consiste à mettre en place des protocoles de communication pour obtenir des méthodes où les agents donnent chacun leur tour leur opinion sur des arguments. Il serait donc intéressant de comparer les résultats obtenus par ces deux approches.

Abstract

Le principe d'agrégation, consiste à combiner plusieurs systèmes d'argumentation. Il prend en entrée un système d'argumentation pour chaque agent, représentant intuitivement les croyances de cet agent en respectant le domaine de discussion ; et retourne un (ou plusieurs) systèmes d'argumentation représentant la position du groupe. Ce mémoire de master a justement pour but d'étudier ce principe d'agrégation.
Nous verifions, dans un premier temps, si les propriétés existantes dans la littérature sont satisfaites par les opérateurs d'agrégation de systèmes d'argumentation existants. On retrouve, en plus des systèmes d'argumentation à la Dung, des opérateurs basés sur les « systèmes d'argumentation pondérés »(*weighted argumentation framework*) ou encore les « systèmes d'argumentation partiel »(*partial argumentation framework*).
Dans un second temps, nous proposons de nouvelles propriétés intéressantes à satisfaire par un opérateur d'agrégation et définissons de nouveaux opérateurs de fusion. Nous comparons ces nouvelles méthodes avec celles déjà existantes, et de façon similaire pour les propriétés, et nous discutons, à l'aide d'un exemple intuitif, de l'importance de telles ou telles propriétés.

Bibliographie

[BM11] Elise Bonzon and Nicolas Maudet. On the outcomes of multi-party persuasion. In Liz Sonenberg, Peter Stone, Kagan Tumer, and Pinar Yolum, editors, *Autonomous Agents and MultiAgent Systems (AAMAS 2011)*, pages 47–54. IFAAMAS, 2011.

[Cam06] Martin Caminada. On the issue of reinstatement in argumentation. In *Journées Européennes sur la Logique en Intelligence Artificielle (JELIA 2006)*, pages 111–123, 2006.

[CMDK+07] Sylvie Coste-Marquis, Caroline Devred, Sébastien Konieczny, Marie-Christine Lagasquie-Schiex, and Pierre Marquis. On the merging of dung's argumentation systems. *Artificial Intelligence*, 171(10-15) :730–753, 2007.

[CMKMO12a] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Pierre Marquis, and Mohand-Akli. Ouali. Selecting extensions in weighted argumentation frameworks. In *4th International Conference on Computational Models of Argument (COMMA'12)*, pages 342–349, Vienna, sep 2012.

[CMKMO12b] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Pierre Marquis, and Mohand-Akli Ouali. Weighted attacks in argumentation frameworks. In *13th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'12)*, pages 593–597, 2012.

[DHM+11] Paul E. Dunne, Anthony Hunter, Peter McBurney, Simon Parsons, and Michael Wooldridge. Weighted argument systems : Basic definitions, algorithms, and complexity results. *Artificial Intelligence*, 175(2) :457–486, 2011.

[DMT07] Phan Minh Dung, Paolo Mancarella, and Francesca Toni. Computing ideal sceptical argumentation. *Artificial Intelligence*, 171(10-15) :642–674, 2007.

[DMW12] Paul-E. Dunne, Pierre Marquis, and Michael Wooldridge. Argument aggregation : Basic axioms and complexity results. In *4th*

International Conference on Computational Models of Argument (COMMA'12), pages 129–140, Vienna, sep 2012.

[Dun95] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.

[KP02] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Merging information under constraints : A logical framework. *Journal of Logic and Computation*, 12(5) :773–808, 2002.

[Kra77] Gerald H. Kramer. A dynamical model of political equilibrium. *Journal of Economic Theory*, 16(2) :310–334, December 1977.

[Sim69] Paul B Simpson. On Defining Areas of Voter Choice : Professor Tullock on Stable Voting. *The Quarterly Journal of Economics*, 83(3) :478–90, August 1969.

[SM96] Donald G. Saari and Vincent R. Merlin. The copeland method 1 ; relationships and the dictionary. *Economic Theory*, 8, 1996.