

Etude Comparative de Sémantiques Graduées pour l'Argumentation Abstraite *

Elise Bonzon¹ Jérôme Delobelle² Sébastien Konieczny² Nicolas Maudet³

¹ LIPADE, Université Paris Descartes, Paris, France

² CRIL, CNRS - Université d'Artois, Lens, France

³ Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS - LIP6, UMR 7606, 75005 Paris

elise.bonzon@parisdescartes.fr {delobelle,konieczny}@cril.fr nicolas.maudet@lip6.fr

Résumé

L'argumentation est un procédé permettant d'évaluer et de comparer un ensemble d'arguments. Une façon de les comparer consiste à utiliser les sémantiques graduées qui ordonnent les arguments du plus au moins acceptable. Récemment, plusieurs sémantiques ont été proposées indépendamment les unes des autres en étant souvent accompagnées de propriétés souhaitables. Cependant, il n'existe aucune étude comparative dans une perspective plus large. C'est pourquoi nous fournissons une comparaison générale de toutes ces sémantiques à la lumière des propriétés existantes. Cela permet de mettre en évidence les différences comportementales entre les sémantiques graduées existantes.

Abstract

Argumentation is a process of evaluating and comparing a set of arguments. A way to compare them consists in using a ranking-based semantics which rank-order arguments from the most to the least acceptable ones. Recently, a number of such semantics have been proposed independently, often associated with some desirable properties. However, there is no comparative study which takes a broader perspective. This is what we propose in this work. We provide a general comparison of all these semantics with respect to the proposed properties. That allows to underline the differences of behavior between the existing semantics.

1 Introduction

L'argumentation consiste à raisonner à partir d'informations conflictuelles basées sur l'interaction entre arguments. La méthode la plus connue pour représenter ce processus d'argumentation a été proposée par

*Cet article est la version française d'un article publié à AAAI 2016.

Dung [7] à l'aide de système d'argumentation modélisé par un graphe binaire, où les noeuds représentent les arguments, et les flèches représentent les attaques. A partir de ces systèmes d'argumentation, plusieurs sémantiques ont été proposées (voir [3] pour un aperçu) afin de sélectionner les ensembles d'arguments, appelés extensions, pouvant être conjointement acceptés. Cependant, pour des applications avec un nombre important d'arguments, le fait d'avoir uniquement deux niveaux d'acceptabilité (un argument est soit accepté, soit rejeté) peut poser problème. C'est le cas par exemple des plateformes de débat en ligne (voir [11] pour une discussion).

Une solution consiste à utiliser des sémantiques permettant de comparer les arguments, non pas avec l'évaluation classique accepté/rejeté, mais avec un grand nombre de niveaux d'acceptabilité. Beaucoup de ces sémantiques, appelées sémantiques graduées, ont été proposées ces dernières années [1, 5, 11, 12, 9] avec, pour chacune d'entre elles, un comportement plus ou moins différent, et des propriétés logiques. Cependant, toutes ces sémantiques n'ont jamais été comparées entre elles.

C'est justement ce que nous proposons dans cet article en étudiant les sémantiques graduées existantes dans la littérature (en se focalisant sur les sémantiques qui retournent un ordre unique entre les arguments) à la lumière des propriétés proposées. Cela nous permet de souligner les différences de comportement entre ces sémantiques, et de proposer une meilleure lecture des choix qui s'offrent à nous à ce sujet.

Le papier est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous fournissons l'état de l'art requis sur les systèmes d'argumentation et les sémantiques graduées. La section 3 regroupe les différentes propriétés pré-

sentes dans la littérature tandis que la section 4 introduit formellement les sémantiques graduées existantes. Il est important de noter que cet article n'a pas pour objectif de donner tous les détails et explications de ces sémantiques et propriétés, ces informations étant disponibles dans les articles en question. Dans la section 5, nous présentons un résumé ainsi qu'une discussion à propos des différentes propriétés, puis nous comparons les sémantiques avant de conclure en section 6.

2 Préliminaires

Dans cette section, nous rappelons brièvement quelques éléments clés sur les systèmes d'argumentation abstraits proposés par Dung [7].

Définition 1. *Un système d'argumentation (AF) est un couple $F = \langle A, R \rangle$ où A est un ensemble fini d'entités abstraites appelées **arguments** et R une relation binaire sur A , i.e. $R \subseteq A \times A$, appelée **relation d'attaque**. Un ensemble d'arguments $S \subseteq A$ attaque un argument $b \in A$, si $\exists a \in S$, tel que $(a, b) \in R$. Notons $Arg(F) = A$.*

Soit \mathbb{AF} l'ensemble de tous les systèmes d'argumentation. Pour deux AF $F = \langle A, R \rangle$ et $G = \langle A', R' \rangle$, nous définissons l'union $F \cup G = \langle A \cup A', R \cup R' \rangle$.

Nous pouvons maintenant introduire quelques notions permettant de formaliser les propriétés des systèmes d'argumentation.

Définition 2. *Soient $F = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation et $a, b \in A$. Un **chemin** P de b vers a , noté $P(b, a)$, est une séquence $s = \langle a_0, \dots, a_n \rangle$ d'arguments telle que $a_0 = a$, $a_n = b$ et $\forall i < n, (a_{i+1}, a_i) \in R$. Notons $l_P = n$ la **longueur** de P . Un **défenseur** (resp. **attaquant**) de a est un argument situé au début d'un chemin de longueur paire (resp. impaire). Nous désignons le multi-ensemble des défenseurs et des attaquants de a par $R_n^+(a) = \{b \mid \exists P(b, a) \text{ avec } l_P \in 2\mathbb{N}\}$ et $R_n^-(a) = \{b \mid \exists P(b, a) \text{ avec } l_P \in 2\mathbb{N} + 1\}$ respectivement. Les **attaquants directs** de a sont les arguments appartenant à $R_1^-(a)$. Un argument a est **défendu** si $R_2^+(a) \neq \emptyset$.*

Un **racine défensive** (resp. **racine attaquante**) est un défenseur (resp. attaquant) non-attaqué. Nous désignons le multi-ensemble des racines défensives et des racines attaquantes de a par $BR_n^+(a) = \{b \in R_n^+(a) \mid |R_1^-(b)| = 0\}$ et $BR_n^-(a) = \{b \in R_n^-(a) \mid |R_1^-(b)| = 0\}$ respectivement. Un chemin de b vers a est une **branche défensive** (resp. **branche attaquante**) si b est une racine défensive (resp. attaquante) de a . Enfin, notons $BR^+(a) = \bigcup_n BR_n^+(a)$ et $BR^-(a) = \bigcup_n BR_n^-(a)$.

Les *composants connectés* d'un système d'argumentation AF correspondent à l'ensemble de ses plus grands sous-graphes, noté $cc(AF)$, où deux arguments appartiennent au même composant si et seulement si il existe un chemin (sans prendre en compte l'orientation des flèches) entre eux.

Dans le cadre de Dung [7], l'*acceptabilité* d'un argument dépend de son appartenance à des ensembles d'arguments appelés extensions. Une autre façon de sélectionner un ensemble d'arguments acceptables consiste à *ordonner* ces arguments du plus acceptable au moins acceptable. Les sémantiques graduées ont pour but de retourner un tel ordre entre les arguments.

Définition 3. *Une sémantique graduée σ associée à chaque système d'argumentation $AF = \langle A, R \rangle$ un ordre \succeq_{AF}^σ sur A , où \succeq_{AF}^σ est un pré-ordre (une relation réflexive et transitive) sur A . $a \succeq_{AF}^\sigma b$ signifie que a est au moins aussi acceptable que b ($a \simeq_{AF}^\sigma b$ équivaut à $a \succeq_{AF}^\sigma b$ et $b \succeq_{AF}^\sigma a$, et $a \succ_{AF}^\sigma b$ équivaut à $a \succeq_{AF}^\sigma b$ et $b \not\succeq_{AF}^\sigma a$).*

Quand il n'existe aucune ambiguïté concernant le système d'argumentation en question, nous utiliserons \succeq^σ au lieu de \succeq_{AF}^σ .

Finalement, nous introduisons la notion d'ordre lexicographique afin de pouvoir définir certaines sémantiques graduées.

Définition 4. *Un ordre lexicographique entre deux vecteurs de réels $V = \langle V_1, \dots, V_n \rangle$ and $V' = \langle V'_1, \dots, V'_n \rangle$, est défini par :*

$$V \succeq_{lex} V' \text{ ssi } \exists i \leq n \text{ t.q. } V_i \geq V'_i \text{ et } \forall j < i, V_j = V'_j$$

3 Propriétés

Dans cette section, nous rappelons les différentes propriétés logiques proposées dans la littérature pour les sémantiques graduées. Il est important de noter que toutes ces sémantiques ne sont pas obligatoires (nous verrons plus tard que certaines d'entre elles sont incompatibles), mais, dans un but d'exhaustivité, nous souhaitons toutes les présenter afin de vérifier lesquelles sont satisfaites par les sémantiques graduées existantes. Sauf indication contraire, toutes les propriétés sont définies pour une sémantique graduée σ , $\forall AF \in \mathbb{AF}$ et $\forall a, b \in Arg(AF)$.

Définition 5. *Un isomorphisme γ entre deux systèmes d'argumentation $AF = \langle A, R \rangle$ et $AF' = \langle A', R' \rangle$ est une fonction bijective $\gamma : A \rightarrow A'$ telle que $\forall x, y \in A$, $(x, y) \in R$ ssi $(\gamma(x), \gamma(y)) \in R'$. Avec un léger abus de notation, nous noterons $AF' = \gamma(AF)$.*

Abstraction. Le classement sur A doit être défini uniquement sur la base de la relation d'attaque entre les arguments.

(Abs) Soient $AF, AF' \in \mathbf{AF}$. Quel que soit l'isomorphisme γ t.q. $AF' = \gamma(AF)$, alors $a \succeq_{AF} b$ ssi $\gamma(a) \succeq_{AF'} \gamma(b)$

Independence. L'ordre entre deux arguments a et b doit être indépendant des arguments qui ne sont connectés ni à a ni à b .

(In) $\forall AF' \in cc(AF), \forall a, b \in Arg(AF'), a \succeq_{AF'} b \Rightarrow a \succeq_{AF} b$

Les propriétés suivantes concernent les meilleurs et les pires arguments d'un système d'argumentation :

Void Precedence. Un argument non-attaqué doit être strictement plus acceptable qu'un argument attaqué.

(VP) $R_1^-(a) = \emptyset$ et $R_1^-(b) \neq \emptyset \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Self-Contradiction. Un argument qui s'auto-attaque doit être strictement moins acceptable qu'un argument qui ne l'est pas.

(SC) $(a, a) \notin R$ et $(b, b) \in R \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Les propriétés suivantes, dites "locales", concernent les attaquants et défenseurs directs des arguments :

Cardinality Precedence. Plus le nombre d'attaquants directs d'un argument est élevé, plus son niveau d'acceptabilité sera faible.

(CP) $|R_1^-(a)| < |R_1^-(b)| \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Quality Precedence. Plus le niveau d'acceptabilité d'un des attaquants directs d'un argument est élevé, plus le niveau d'acceptabilité de cet argument sera faible.

(QP) $\exists c \in R_1^-(b)$ t.q. $\forall d \in R_1^-(a), c \succ^\sigma d \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Avant de définir les prochaines propriétés, nous avons besoin d'introduire une relation qui permet de comparer des ensembles d'arguments en se basant sur leurs classements :

Définition 6. [1] Soit \geq_S un ordre sur un ensemble d'arguments A . Quels que soient $S_1, S_2 \subseteq A$, $S_1 \geq_S S_2$ est une **comparaison de groupe** ssi il existe une fonction injective f de S_2 vers S_1 telle que $\forall a \in S_2, f(a) \succeq a$. Et $S_1 >_S S_2$ est une **comparaison de groupe stricte** ssi $S_1 \geq_S S_2$ et $(|S_2| < |S_1|$ ou $\exists a \in S_2, f(a) \succ a)$.

Counter-Transitivity. Si les attaquants directs de b sont au moins aussi nombreux et acceptables que ceux de a , alors a doit être au moins aussi acceptable que b .

(CT) $R_1^-(b) \geq_S R_1^-(a) \Rightarrow a \succeq^\sigma b$

Strict Counter-Transitivity. Si CT est satisfaite et que les attaquants directs de b sont strictement plus nombreux ou acceptables que ceux de a , alors a doit être strictement plus acceptable que b .

(SCT) $R_1^-(b) >_S R_1^-(a) \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Defense Precedence. Soient deux arguments avec le même nombre d'attaquants directs. Un argument défendu doit être strictement plus acceptable qu'un argument non défendu.

(DP) $|R_1^-(a)| = |R_1^-(b)|, R_2^+(a) \neq \emptyset$ et $R_2^+(b) = \emptyset \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Définition 7. Soient $AF = \langle A, R \rangle$ et $a \in A$. La **défense** de a est dite **simple** ssi tous les défenseurs de a attaquent exactement un attaquant direct de a . La **défense** de a est dite **distribuée** ssi tous les attaquants directs de a sont attaqués par au plus un argument.

Distributed-Defense Precedence. La meilleure défense d'un argument est quand chacun de ses défenseurs attaque un attaquant différent.

(DDP) $|R_1^-(a)| = |R_1^-(b)|$ et $|R_2^+(a)| = |R_2^+(b)|$, si la défense de a est simple et distribuée et que la défense de b est simple mais pas distribuée, alors $a \succ^\sigma b$

Les propriétés suivantes permettent de vérifier si des changements dans un AF peuvent améliorer ou dégrader l'acceptabilité d'un argument. Ces propriétés ont été proposées informellement par Cayrol et Lagasquie-Schieh [5], dans le contexte de leur sémantique. Nous proposons une formalisation qui les généralise pour n'importe quel système d'argumentation. Nous définissons d'abord formellement comment ajouter une défense/attaque à un argument.

Définition 8. Soient $AF = \langle A, R \rangle$ et $a \in A$. La **branche de défense ajoutée à a** est $P_+(a) = \langle A', R' \rangle$, avec $A' = \{x_0, \dots, x_n\}$, $n \in 2\mathbf{N}$, $x_0 = a$, $A \cap A' = \{a\}$, et $R' = \{(x_i, x_{i-1}) \mid i \leq n\}$. La **branche d'attaque ajoutée à a** , notée $P_-(a)$, est définie de la même manière à la différence que la séquence est de longueur impaire (i.e. $n \in 2\mathbf{N} + 1$).

Les prochaines propriétés sont définies $\forall AF, AF^\gamma \in \mathbf{AF}$ tel qu'il existe un isomorphisme γ avec $AF^\gamma = \gamma(AF)$, et $\forall a \in Arg(AF)$. AF^γ est un clone de AF .

Strict addition of Defense Branch. Ajouter une branche défensive à n'importe quel argument améliore son acceptabilité.

(⊕DB) Si $AF^* = AF \cup AF^\gamma \cup P_+(\gamma(a))$, alors $\gamma(a) \succ_{AF^*}^\sigma a$

Addition of Defense Branch. Il pourrait être utile de traiter le cas des arguments non-attaqués différemment. Dans [5], la propriété est définie d'une manière plus spécifique : ajouter une branche défensive à n'importe quel argument *attaqué* améliore son acceptabilité.

(+DB) Si $AF^* = AF \cup AF^\gamma \cup P_+(\gamma(a))$ et $|R_1^-(a)| \neq 0$, alors $\gamma(a) \succ_{AF^*}^\sigma a$

Increase of Attack branch. Augmenter la longueur d'une branche attaquante d'un argument améliore son acceptabilité.

(↑AB) Si $b \in BR^-(a)$, $b \notin BR^+(a)$ et $AF^* = AF \cup AF^\gamma \cup P_+(\gamma(b))$, alors $\gamma(a) \succ_{AF^*}^\sigma a$

Addition of Attack Branch. Ajouter une branche attaquante à un argument dégrade son acceptabilité.

(+AB) Si $AF^* = AF \cup AF^\gamma \cup P_-(\gamma(a))$, alors $a \succ_{AF^*}^\sigma \gamma(a)$

Increase of Defense branch. Augmenter la longueur d'une branche défensive d'un argument dégrade son acceptabilité.

(↑DB) Si $b \in BR^+(a)$, $b \notin BR^-(a)$ et $AF^* = AF \cup AF^\gamma \cup P_+(\gamma(b))$, alors $a \succ_{AF^*}^\sigma \gamma(a)$

Les propriétés Abs, In, VP, DP, CT, SCT, CP, QP et DDP sont définies dans [1], les propriétés In, VP et SC dans [12] et la propriété VP dans [5].

A cet ensemble de propriétés provenant de la littérature, nous souhaitons ajouter plusieurs propriétés basiques qui nous semblent manquantes.

Total. Tous les arguments sont comparables entre eux.

(Tot) $a \succeq^\sigma b$ ou $b \succeq^\sigma a$

Non-attacked Equivalence. Tous les arguments non-attaqués ont le même rang.

(NaE) $R_1^-(a) = \emptyset$ et $R_1^-(b) = \emptyset \Rightarrow a \simeq^\sigma b$

La dernière propriété permet de comprendre le comportement adopté par une sémantique en ce qui concerne la notion de défense. L'idée est de savoir si un argument uniquement défendu est toujours meilleur qu'un argument attaqué.

Attack vs Full Defense. Un argument sans branche attaquante est strictement plus acceptable qu'un argument uniquement attaqué par un argument non-attaqué.

(AvsFD) AF est acyclique, $|BR^-(a)| = 0$, $|R_1^-(b)| = 1$ et $|R_2^+(b)| = 0 \Rightarrow a \succ^\sigma b$

Vérifions maintenant les incompatibilités et les dépendances entre ces propriétés.

Proposition 1. Pour toutes les sémantiques graduées, les couples de propriétés suivants ne sont pas compatibles :

- CP et QP [1]
- CP et AvsFD
- CP et +DB
- VP et ⊕DB

Les propriétés suivantes ne sont pas indépendantes :

- SCT implique VP [1]
- CT et SCT impliquent DP [1]
- SCT implique CT
- CT implique NaE
- ⊕DB implique +DB

4 Sémantiques Graduées Existantes

4.1 Categoriser

Besnard et Hunter [4] proposent une fonction *categoriser* qui assigne une valeur à chaque argument, en se basant sur la valeur de ses attaquants directs.

Définition 9. Soit $F = \langle A, R \rangle$ un AF. La fonction *categoriser* $Cat : A \rightarrow]0, 1]$ est définie comme :

$$Cat(a) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_1^-(a) = \emptyset \\ \frac{1}{1 + \sum_{c \in R_1^-(a)} Cat(c)} & \text{sinon} \end{cases}$$

Définition 10. La sémantique graduée *Categoriser* associe à chaque $AF = \langle A, R \rangle$ un ordre \succeq_{AF}^{Cat} sur A tel que $\forall a, b \in A$, $a \succeq_{AF}^{Cat} b$ ssi $Cat(a) \geq Cat(b)$.

Exemple 1. Soit $F = \langle A, R \rangle$ avec $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $R = \{(a, e), (b, a), (b, c), (c, e), (d, a), (e, d)\}$.

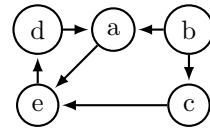


FIGURE 1 – Un système d'argumentation

Le score de chaque argument retourné par la fonction est $Cat(a) \approx 0.38$, $Cat(b) = 1$, $Cat(c) = 0.5$, $Cat(d) \approx 0.65$ et $Cat(e) \approx 0.53$. Donc nous obtenons l'ordre suivant : $b \succ^{Cat} d \succ^{Cat} e \succ^{Cat} c \succ^{Cat} a$.

Cette sémantique prend uniquement en compte le score des attaquants directs pour calculer la force d'un argument. C'est pourquoi l'argument e de l'exemple 1, qui est attaqué deux fois mais par des arguments qui le sont eux-mêmes par des arguments non-attaqués, obtient un score supérieur à celui de l'argument c , qui est attaqué seulement une fois, mais par un argument ayant un score élevé.

Proposition 2. *La sémantique graduée Categoriser satisfait¹ Abs, In, VP, DP, CT, SCT, $\uparrow AB$, $\uparrow DB$, $+AB$, Tot et NaE. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

4.2 Système d'Argumentation Social

Leite et Martins [11] introduisent une extension des systèmes d'argumentation de Dung en incluant des votes sociaux sur les arguments : les Systèmes d'Argumentation Sociaux (SAF). Ils proposent également une famille de sémantiques où un modèle est une solution du système d'équations² avec une équation pour chaque argument, basée sur son support social (vote sur les arguments) et sur ses attaquants directs. Afin de pouvoir comparer ces sémantiques avec les autres sémantiques graduées existantes dans le cadre classique, nous choisissons ici d'ignorer le support social des arguments en donnant à tous une valeur identique.

Définition 11. *Soient $F = \langle A, R \rangle$ un AF et $S = \langle L, \tau, \lambda, \Upsilon, \neg \rangle$ une sémantique (bien-fondée) SAF. La fonction totale $M_S : A \rightarrow L$ est un **modèle social** de F étant donné la sémantique S tel que $\forall a \in A$:*

- $$M_S(a) = \tau(a) \wedge \neg \Upsilon \{M(a_i) : a_i \in R_1^-(a)\}, \text{ où}$$
- L est un ensemble totalement ordonné avec une borne supérieure \top et une borne inférieure \perp , contenant toutes les valeurs possibles d'un argument ;
 - $\tau : A \rightarrow L$ est un facteur d'atténuation ;
 - $\lambda : L \times L \rightarrow L$ combine le score initial avec le score des attaquants directs. λ est continue, commutative, associative, monotone avec les deux arguments et \top est son élément neutre ;
 - $\Upsilon : L \times L \rightarrow L$ agrège le score des attaquants directs. Υ est continue, commutative, associative, monotone avec les deux arguments et \perp est son élément neutre ;
 - $\neg : L \rightarrow L$ restreint la valeur de l'argument attaqué. \neg est antimotone, continue, $\neg \perp = \top$, $\neg \top = \perp$ et $\neg \neg a = a$.

Une sémantique (bien fondée) possible, proposée dans [11], est la *sémantique produit simple* $SP_\epsilon = \langle [0, 1], \tau_\epsilon, \lambda, \Upsilon, \neg \rangle$ où $\tau_\epsilon = \frac{1}{1+\epsilon}$ (avec $\epsilon > 0$, afin d'assurer l'unicité de la sémantique), $x_1 \lambda x_2 = x_1 \times x_2$ (Produit T-Norm), $x_1 \Upsilon x_2 = x_1 + x_2 - x_1 \times x_2$ (Somme Probabiliste T-CoNorm) et $\neg x_1 = 1 - x_1$.

1. Les propriétés Abs, In, VP, DP, CT, SCT ont déjà été vérifiées par Pu et al. [13].

2. Une approche par équation a également été proposée par Gabbay [9]. Cette méthode retourne plusieurs solutions, et donc plusieurs ordres pour un AF. C'est pourquoi nous ne considérons pas cette méthode dans ce papier.

Définition 12. *La sémantique graduée SAF associe à chaque AF $F = \langle A, R \rangle$ un ordre \succeq_{AF}^{SAF} sur A tel que $\forall a, b \in A, a \succeq_{AF}^{SAF} b$ ssi $M_S(a) \geq M_S(b)$.*

Exemple 1 (cont.). *Avec $\epsilon = 0.1$, le score retourné par la fonction est $M_{SP_\epsilon}(a) \approx 0.07$, $M_{SP_\epsilon}(b) \approx 0.91$, $M_{SP_\epsilon}(c) \approx 0.08$, $M_{SP_\epsilon}(d) \approx 0.20$ et $M_{SP_\epsilon}(e) \approx 0.78$. L'ordre obtenu est donc :*

$$b \succ_{SAF} e \succ_{SAF} d \succ_{SAF} c \succ_{SAF} a$$

Comme pour la sémantique Categoriser, la force des attaquants est plus importante que leur nombre, c'est pourquoi e est préféré à c . Cependant l'impact d'une branche défensive sur un argument est plus faible avec SAF qu'avec Categoriser.

Proposition 3. *SAF satisfait Abs, In, VP, DP, CT, SCT, $\uparrow AB$, $\uparrow DB$, $+AB$, Tot et NaE. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

4.3 Discussion-based semantics

La sémantique Discussion-based [1] compare les arguments en comptant le nombre de chemins allant jusqu'à eux, en commençant par les attaquants directs. Si certains arguments possèdent le même nombre d'attaquants directs alors la longueur des chemins est récursivement augmentée jusqu'à trouver une différence.

Définition 13. *Soient $F = \langle A, R \rangle$ un AF, $a \in A$ et $i \in \mathbb{N}$.*

$$Dis_i(a) = \begin{cases} -|R_i^+(a)| & \text{si } i \text{ est pair} \\ |R_i^-(a)| & \text{si } i \text{ est impair} \end{cases}$$

Le compteur de discussion de a est noté $Dis(a) = \langle Dis_1(a), Dis_2(a), \dots \rangle$.

Définition 14. *La sémantique graduée Dbs associe à chaque AF $F = \langle A, R \rangle$ un ordre \succeq_{AF}^{Dbs} sur A tel que $\forall a, b \in A, a \succeq_{AF}^{Dbs} b$ ssi $Dis(b) \succeq_{lex} Dis(a)$.*

Exemple 1 (cont.).

| étape | a | b | c | d | e |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | -1 | 0 | 0 | -2 | -3 |

En utilisant l'ordre lexicographique, l'ordre obtenu est le suivant : $b \succ^{Dbs} d \succ^{Dbs} c \succ^{Dbs} e \succ^{Dbs} a$

Cette fois-ci, le nombre d'attaquants est plus important que leur force, c'est pourquoi c est préféré à e .

Proposition 4. *Dbs satisfait Abs, In, VP, DP, CT, SCT, CP, $\uparrow AB$, $\uparrow DB$, $+AB$, Tot et NaE. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

4.4 Burden-based semantics

La sémantique Burden-based [1] assigne à chaque argument, lors de l'étape i , un nombre pondéré, qui dépend du nombre pondéré de ses attaquants directs calculé lors de l'étape $i - 1$.

Définition 15. Soient $F = \langle A, R \rangle$ un AF, $a \in A$ et $i \in \mathbb{N}$.

$$Bur_i(a) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 0 \\ 1 + \sum_{b \in R_1^-(a)} \frac{1}{Bur_{i-1}(b)} & \text{sinon} \end{cases}$$

Le nombre pondéré de a est noté $Bur(a) = \langle Bur_0(a), Bur_1(a), \dots \rangle$.

Deux arguments sont lexicographiquement comparé sur la base de leur nombre pondéré.

Définition 16. La sémantique graduée Bbs associe à chaque AF $F = \langle A, R \rangle$ un ordre \succeq_{AF}^{Bbs} sur A tel que $\forall a, b \in A, a \succeq_{AF}^{Bbs} b$ ssi $Bur(b) \succeq_{lex} Bur(a)$.

Exemple 1 (cont.).

| étape | a | b | c | d | e |
|-------|-----|-----|-----|------|------|
| 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 2 | 2.5 | 1 | 2 | 1.33 | 1.83 |

En utilisant l'ordre lexicographique, l'ordre obtenu est le suivant : $b \succ^{Bbs} d \succ^{Bbs} c \succ^{Bbs} e \succ^{Bbs} a$

A l'image de cet exemple, Dbs et Bbs retournent souvent le même résultat. La principale différence entre ces deux sémantiques est que Bbs satisfait DDP, donc les résultats diffèrent uniquement sur les exemples prenant en compte ce type de structure.

Proposition 5. Bbs satisfait Abs, In, VP, DP, CT, SCT, CP, DDP, $\uparrow AB$, $\uparrow DB$, +AB, Tot et NaE. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.

4.5 Evaluation à base de tuples

La sémantique proposée par Cayrol et Lagasque-Schiex [5] prend en compte toutes les branches défensives et attaquantes précédant un argument pour ensuite les stocker dans des tuples :

Définition 17. Soient $F = \langle A, R \rangle$ un AF et $a \in A$. Soit $v_p(a)$ le tuple (ordonné) d'entiers pairs contenant les longueurs de toutes les branches défensives de a , i.e. $v_p(a)$ est le plus petit tuple ordonné tel que $|BR_n^+(a)| = x \Rightarrow n \in_x v_p(a)$, où \in_x signifie "apparaît au moins x fois". De manière similaire, $v_i(a)$ est le tuple (ordonné) d'entiers impairs contenant les longueurs de toutes les branches attaquantes de a , i.e. $v_i(a)$ est le plus petit tuple ordonné tel que $|BR_n^-(a)| = x \Rightarrow n \in_x v_i(a)$. Un tuple pour a est un couple $v(a) = [v_p(a), v_i(a)]$.

Lorsqu'un système d'argumentation comporte au moins un cycle, certains tuples peuvent être infinis. Afin de les calculer, cette méthode nécessite un processus calculatoire élevé, qui transforme un graphe cyclique en un graphe acyclique infini. Nous considérons donc cette approche uniquement pour les graphes acycliques. On notera cette sémantique *Tuples**.

Une fois le tuple de chaque argument calculé, il reste à les comparer. Pour cela, il suffit de comparer la longueur des branches attaquantes/défensives et, en cas d'égalité, comparer les valeurs stockées dans chaque tuple (voir Algorithm 1).

Algorithm 1: *Tuples**

Input: $v(a), w(b)$ deux tuples des arguments a et b
Output: Un classement \succeq^T entre a et b

```

1 begin
2   if  $v = w$  then  $a \succeq^T b$  et  $b \succeq^T a$ ;
3   else
4     if  $|v_i| = |w_i|$  et  $|v_p| = |w_p|$  then
5       if  $v_p \preceq_{lex} w_p$  et  $v_i \succeq_{lex} w_i$  then  $a \succ^T b$ ;
6       else
7         if  $v_p \succeq_{lex} w_p$  et  $v_i \preceq_{lex} w_i$  then  $a \prec^T b$ ;
8         else  $a \not\succeq^T b$  et  $a \not\prec^T b$ ;
9     else
10      if  $|v_i| \geq |w_i|$  et  $|v_p| \leq |w_p|$  then  $a \prec^T b$ ;
11      else
12        if  $|v_i| \leq |w_i|$  et  $|v_p| \geq |w_p|$  then  $a \succ^T b$ ;
13        else  $a \not\succeq^T b$  et  $a \not\prec^T b$ ;

```

Remarquons que deux arguments peuvent être incomparables. C'est le cas, par exemple, si un argument possède strictement plus de branches attaquantes et strictement plus de branches défensives qu'un autre argument. Par conséquent, cette sémantique retourne un ordre partiel entre les arguments.

Comme l'exemple 1 contient un cycle, la sémantique *Tuples** ne peut pas être appliquée.

Proposition 6. La sémantique graduée *Tuples** satisfait Abs, In, VP, +DB, $\uparrow AB$, $\uparrow DB$, +AB, NaE et AvsFD. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.

4.6 Matt & Toni

Matt et Toni [12] calculent la force d'un argument en utilisant un jeu stratégique à deux joueurs à somme nulle. Ce jeu confronte deux joueurs, un partisan et un opposant pour un argument donné, où les stratégies des joueurs sont les ensembles d'arguments. Pour un AF $F = \langle A, R \rangle$ et $a \in A$, les ensembles de stratégies pour le partisan et l'opposant sont $S_P(a) = \{P \mid P \subseteq A, a \in P\}$ et $S_O = \{O \mid O \subseteq A\}$ respectivement.

Définition 18. Soient $F = \langle A, R \rangle$ un AF et $X, Y \subseteq A$. L'ensemble des attaques de X vers Y est défini par $Y_F^{\leftarrow X} = \{(a, b) \in X \times Y \mid (a, b) \in R\}$. Le **degré d'acceptabilité** de P par rapport à O est donné par $\phi(P, O) = \frac{1}{2}[1 + f(|O_F^{\leftarrow P}|) - f(|P_F^{\leftarrow O}|)]$ où $f(n) = \frac{n}{n+1}$.

Définition 19. Soit $F = \langle A, R \rangle$ un AF. Les **récompenses de P** , notées $r_F(P, O)$, sont définies par :

$$r_F(P, O) = \begin{cases} 0 & \text{ssi } \exists a, b \in P, (a, b) \in R, \\ 1 & \text{ssi } |P_F^{\leftarrow O}| = 0, \\ \phi(P, O) & \text{sinon} \end{cases}$$

Partisan et opposant choisissent des stratégies mixtes, selon certaine distribution de probabilité, respectivement $p = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ et $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, avec $m = |S_P|$ et $n = |S_O|$. Pour chaque argument $a \in A$, la récompense espérée du partisan $E(a, p, q)$ est alors donnée par $E(a, p, q) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_i q_j r_{i,j}$. Finalement la valeur d'un jeu à somme nulle pour un argument a est :

$$s(a) = \max_p \min_q E(a, p, q)$$

Définition 20. La **sémantique graduée M&T** *as-socie à chaque AF* $F = \langle A, R \rangle$ un ordre $\succeq_{AF}^{M\&T}$ sur A tel que $\forall a, b \in A, a \succeq_{AF}^{M\&T} b$ ssi $s(a) \geq s(b)$.

Exemple 1 (cont.). La valeur de chaque argument est $s(a) \approx 0.17$, $s(b) = 1$, $s(c) = 0.25$, $s(d) = 0.25$ et $s(e) = 0.5$. L'ordre obtenu est donc le suivant : $b \succ^{M\&T} e \succ^{M\&T} c \simeq^{M\&T} d \succ^{M\&T} a$.

Sur cet exemple, nous pouvons voir qu'une fois encore la force des attaquants est plus importante que leur nombre (e est meilleur que d).

Proposition 7. La **sémantique graduée M&T** satisfait *Abs, In, VP, +AB, SC, Tot, NaE et AvsFD*. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.

5 Discussion

Il est facile de vérifier sur l'exemple courant que toutes ces sémantiques possèdent des comportements différents (l'ordre entre les arguments est différent pour chaque sémantique excepté pour Bbs et Dbs - voir le résumé dans la Table 1) : cela justifie la nécessité d'un travail axiomatique.

Notre travail initie cette étude en prenant en compte les propriétés qui ont été proposées dans la littérature. Notre analyse s'applique aux sémantiques existantes, mais de nouvelles sémantiques peuvent très bien être examinées de la même manière.³ La table 2 résume

3. C'est le cas par exemple des sémantiques proposées dans [10, 2].

| Sémantique | Ordre entre arguments |
|------------|--|
| Cat | $b \succ^{\text{Cat}} d \succ^{\text{Cat}} e \succ^{\text{Cat}} c \succ^{\text{Cat}} a$ |
| SAF | $b \succ^{\text{SAF}} e \succ^{\text{SAF}} d \succ^{\text{SAF}} c \succ^{\text{SAF}} a$ |
| M&T | $b \succ^{\text{M\&T}} e \succ^{\text{M\&T}} c \simeq^{\text{M\&T}} d \succ^{\text{M\&T}} a$ |
| Dbs | $b \succ^{\text{Dbs}} d \succ^{\text{Dbs}} c \succ^{\text{Dbs}} e \succ^{\text{Dbs}} a$ |
| Bds | $b \succ^{\text{Bbs}} d \succ^{\text{Bbs}} c \succ^{\text{Bbs}} e \succ^{\text{Bbs}} a$ |

TABLE 1 – Ordres obtenus sur l'exemple 1

les propriétés satisfaites par les sémantiques graduées présentées dans ce papier. Nous vérifions également qu'elles sont les propriétés satisfaites par la sémantique de base (*grounded* en anglais) proposée par Dung, afin d'avoir une idée de sa compatibilité avec les sémantiques graduées classiques. Rappelons qu'avec cette sémantique, il existe uniquement deux niveaux d'acceptabilité (accepté/rejeté) :

Proposition 8. La **sémantique de base (grounded)** satisfait *Abs, In, QP, Tot, NaE et AvsFD*. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.

Une croix \times signifie que la propriété n'est pas satisfaite, le symbole \checkmark signifie que la propriété est satisfaite, le symbole $-$ signifie que la propriété ne peut pas être appliquée à la sémantique (car la sémantique n'est pas compatible avec la contrainte donnée par la règle), et les cellules grisées représentent les résultats déjà prouvés dans la littérature.

| Propriétés | SAF | Cat | Dbs | Bbs | Tuples* | M&T | Grounded |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Abs | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark |
| In | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark |
| VP | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times |
| DP | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \times | \times |
| CT | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \times | \times |
| SCT | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \times | \times |
| CP | \times | \times | \checkmark | \checkmark | \times | \times | \times |
| QP | \times | \times | \times | \times | \times | \times | \checkmark |
| DDP | \times | \times | \times | \checkmark | \times | \times | \times |
| SC | \times | \times | \times | \times | - | \checkmark | \times |
| \oplus DB | \times | \times | \times | \times | \times | \times | \times |
| +DB | \times | \times | \times | \times | \checkmark | \times | \times |
| \uparrow AB | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \times |
| \uparrow DB | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \times |
| +AB | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times |
| Tot | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \times | \checkmark | \checkmark |
| NaE | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark | \checkmark |
| AvsFD | \times | \times | \times | \times | \checkmark | \checkmark | \checkmark |

TABLE 2 – Propriétés satisfaites par les sémantiques graduées étudiées

Plusieurs observations peuvent être faites en ce qui concerne les axiomes et résultats rapportés dans la Table 2 :

- *Certains axiomes sont acceptés et partagés par toutes les sémantiques.* C’est le cas des propriétés Abs, In et VP. Cela n’est pas surprenant, puisque ces propriétés semblent nécessaires à toute bonne sémantique graduée. En effet, rappelons que nous avons en entrée un système d’argumentation abstrait de Dung où aucune information n’est donnée sur la nature des arguments, de ce fait seules les attaques sont prises en compte, d’où l’importance de Abs. Concernant la propriété Independence (In), aucune explication ne justifie le fait qu’un argument puisse influencer des arguments n’ayant aucun lien entre eux. Enfin, les arguments non-attaqués sont bien évidemment les meilleurs arguments dans un AF, c’est pourquoi VP est nécessaire. NaE est également satisfaite par toutes les sémantiques. C’est également un critère de base pour une sémantique graduée puisqu’elle dit que tous les arguments non-attaqués sont équivalents. Cette notion est assez proche d’un des principes présent dans les sémantiques classiques de Dung où seuls les attaquants doivent avoir un impact sur les arguments, et non pas les arguments qu’ils attaquent.⁴

Une autre propriété que nous considérons comme importante est la propriété Tot, qui est fortement liée avec l’idée des sémantiques “graduées”. Celle-ci semble indispensable dans le cadre des applications réelles. C’est un inconvénient de *Tuples** qui propose néanmoins une vision originale du problème. Une question intéressante serait de savoir s’il est possible de raffiner *Tuples**, i.e. définir une sémantique proche de *Tuples**, plus simple au niveau calculatoire pour les systèmes d’argumentation avec cycles, et qui satisfait Tot.

Une dernière propriété satisfaite par toutes les sémantiques est +AB, qui déclare qu’ajouter une branche d’attaque à un argument détériore son acceptabilité. Cela semble également être une évidence pour les sémantiques graduées : plus l’argument est attaqué, pire il est.

Globalement, cela nous donne un ensemble de 6 propriétés devant être satisfaites par chaque sémantique graduée : Abs, In, VP, NaE, Tot et +AB. Notons que Abs, In, NaE et Tot sont satisfaites par la sémantique de base mettant ainsi en évidence une certaine compatibilité avec les sémantiques de Dung. VP et +AB ne sont, quant à elles, pas satisfaites par la sémantique de base. Cela s’explique par le fait que ces deux propriétés suivent vraiment la notion de graduation

4. Notons qu’il serait possible de faire une distinction entre les arguments qui attaquent un grand nombre d’arguments et ceux qui ne le font pas — et donc contredire NaE. Cela peut être considéré comme une sorte d’indice de pouvoir. Mais ce n’est pas l’objectif des sémantiques graduées ici.

dans l’évaluation tandis que la sémantique de base propose uniquement deux niveaux d’acceptabilité (accepté/rejeté).

- *Certains axiomes semblent très discriminants et permettent une classification des sémantiques.* En commentaire général, SAF, Cat, Dbs et Bds partagent beaucoup de propriétés. *Tuples** et M&T semblent appartenir à une autre classe de sémantiques puisqu’elles sont les seules à satisfaire AvsFD. La propriété AvsFD, illustrée par la Figure 2, soutient qu’un argument qui est (seulement) attaqué une fois par un argument non-attaqué (c’est le cas de b uniquement attaqué par b_1) est moins bon qu’un argument avec beaucoup d’attaquants directs mais tous appartenant à des branches défensives (c’est le cas de a qui possède quatre branches défensive et aucune branche attaquante), est une propriété très discriminante. Donc

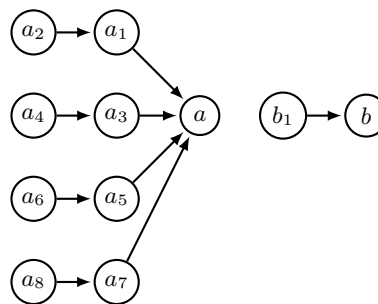


FIGURE 2 – AF qui représente la propriété AvsFD

cette propriété peut être vue comme une sorte de limite entre deux sous-classes de sémantique graduée. Celles qui la satisfont prennent en compte la totalité des branches d’attaque/défense. Tandis que pour celles qui ne la satisfont pas, une branche défensive est toujours pénalisante puisqu’elle reste toujours une attaque vers un argument.

- *Davantage de propriétés spécifiques.* Rappelons que les axiomes présentés opèrent à différents niveaux. Les axiomes ‘locaux’ (CP, QP, DP, (S)CT), ne considérant que les attaquants (ou défenseurs) directs, effectuent un choix qui peut être justifié dans certain cas, mais qui semble difficilement généralisable (et même parfois impossible à concilier avec certaines propriétés plus générales, voir la Prop. 1). Les propriétés basées sur le ‘changement’ (\oplus DB, +DB, \uparrow AB, \uparrow DB, +AB) sont très intéressantes. Une des contributions de ce papier est d’avoir systématiquement généralisé ces propriétés.

- *Définir axiomatiquement les pires arguments n’est pas si évident.* Curieusement, lorsque toutes les sémantiques semblent d’accord axiomatiquement sur le fait que les arguments non-attaqués doivent être les meilleurs dans un système d’argumentation (VP), il

n'y a aucun consensus en ce qui concerne les *pires* arguments. SC est très intéressante de ce point de vue. Cette propriété considère qu'un argument qui s'auto attaque est intrinsèquement défectueux, même sans autres arguments éventuels pour le vaincre. Cependant, aucune des sémantiques ne satisfait cette propriété, excepté celle de Matt et Toni. Cela s'explique par le fait que toutes les sémantiques considèrent qu'un argument qui s'auto attaque est juste un chemin comme les autres. Donc un argument qui s'auto attaque (et n'est attaqué par aucun autre argument) est meilleur qu'un argument attaqué par un grand nombre d'arguments non attaqués.

- *L'interaction entre les axiomes est souvent instructive.* Nous avons identifié plusieurs incompatibilités entre les axiomes. Une remarque supplémentaire peut être faite dans ce sens en ce qui concerne l'incompatibilité entre VP et \oplus DB. Il est évident que \oplus DB est plus générale que +DB, et dans un sens plus naturel : la propriété est définie pour *tous* les cas, sans distinction pour certains arguments (en l'occurrence les arguments non-attaqués ici). Mais cette propriété contredit VP de ce fait. +DB est moins "systématique" (elle correspond à la propriété originale proposée dans [5]) mais reste compatible avec VP : si une personne considère que les arguments non-attaqués doivent être les meilleurs (VP), alors il est impossible que la situation d'un argument donnée s'améliore *toujours* suite à l'ajout d'une branche de défense.

- *Cet ensemble d'axiomes doit encore être augmenté.* Cela peut se justifier par le fait que les sémantiques SAF et Cat satisfont exactement les mêmes propriétés alors qu'elles ont des comportements différents (voir Table 1) . Cela signifie qu'il manque au moins une propriété afin de pouvoir distinguer ces deux opérateurs.

6 Conclusion

Dans cet article, nous proposons une étude comparative des différentes sémantiques graduées existantes. Il s'avère que ces sémantiques adoptent des comportements assez différents et satisfont des propriétés différentes. Nous sélectionnons plusieurs propriétés que toute bonne sémantique graduée doit satisfaire dans ce cadre : Abs, In, VP, NaE, Tot et +AB. La propriété AvsFD, qui permet de comprendre le comportement d'une sémantique concernant la notion de défense, est également intéressante puisqu'elle permet de séparer les sémantiques graduées en deux sous-classes différentes.

Des travaux sont cependant encore nécessaires dans ce domaine. D'abord pour proposer d'autres sémantiques graduées. Mais il semble également primordial

de trouver d'autres propriétés logiques, et ainsi essayer de caractériser différentes classes de sémantiques par rapport à ces propriétés. Un ambitieux programme de recherche serait d'identifier les situations où des axiomes controversées sont justifiées ou non.

Nous sommes actuellement en train de lancer plusieurs expérimentations visant à calculer le degré de différence qu'il existe entre les ordres retournés par ces sémantiques. L'idée consiste à calculer une distance (par exemple la distance de Kendall tau) entre chaque ordre obtenu, pour ensuite représenter le tout dans une matrice et/ou un graphe.

Ce travail sur les sémantiques graduées est principalement motivé par les applications possibles pour des plateformes de débat en ligne. Sur ces plateformes, les personnes peuvent généralement voter sur les arguments et/ou sur les attaques. Cela implique donc l'existence de poids sur les arguments et sur les attaques. Les SAF [11, 8, 6] permettent de prendre en compte ces informations. Nous commençons donc avec le cadre standard (sans poids) et prévoyons d'étudier ces sémantiques dans le cadre des SAF. Pour cela il serait intéressant de regarder s'il est possible de généraliser ces sémantiques en incluant des poids, tout en adaptant les propriétés, ou en proposer de nouvelles, à ce cadre.

7 Remerciements

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Agence Nationale de la Recherche portant la référence ANR-13-BS02-0004 dans le cadre du projet AMANDE.

Références

- [1] Leila Amgoud and Jonathan Ben-Naim. Ranking-based semantics for argumentation frameworks. In *Proceedings of the 7th International Conference on Scalable Uncertainty Management, (SUM'13)*, pages 134–147, 2013.
- [2] Leila Amgoud, Jonathan Ben-Naim, Dragan Doder, and Srdjan Vesic. Ranking arguments with compensation-based semantics. In *Proceedings of the 15th International Conference of Principles of Knowledge Representation and Reasoning, (KR'16)*, pages 12–21, 2016.
- [3] Pietro Baroni, Martin Caminada, and Massimiliano Giacomin. An introduction to argumentation semantics. *The Knowledge Engineering Review*, 26(4) :365–410, 2011.
- [4] Philippe Besnard and Anthony Hunter. A logic-based theory of deductive arguments. *Artificial Intelligence*, 128(1-2) :203–235, 2001.

- [5] Claudette Cayrol and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Graduality in argumentation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 23 :245–297, 2005.
- [6] Marco Correia, Jorge Cruz, and João Leite. On the efficient implementation of social abstract argumentation. In *Proc. of the 21st European Conference on Artificial Intelligence, (ECAI'14)*, pages 225–230, 2014.
- [7] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.
- [8] Sinan Egilmez Egilmez, João Martins, and João Leite. Extending social abstract argumentation with votes on attacks. In *Proc. of the 2nd International Workshop on Theory and Applications of Formal Argumentation, (TAFa'13)*, pages 16–31, 2013.
- [9] Dov M. Gabbay. Equational approach to argumentation networks. *Argument & Computation*, 3(2-3) :87–142, 2012.
- [10] Davide Grossi and Sanjay Modgil. On the graded acceptability of arguments. In *Proceedings of the Twenty-Fourth International Joint Conference on Artificial Intelligence, (IJCAI'15)*, pages 868–874, 2015.
- [11] João Leite and João Martins. Social abstract argumentation. In *Proceedings of the 22nd International Joint Conference on Artificial Intelligence, (IJCAI'11)*,, pages 2287–2292, 2011.
- [12] Paul-Amaury Matt and Francesca Toni. A game-theoretic measure of argument strength for abstract argumentation. In *Proceedings of the 11th European Conference on Logics in Artificial Intelligence, (JELIA'08)*, pages 285–297, 2008.
- [13] Fuan Pu, Jian Luo, Yulai Zhang, and Guiming Luo. Argument ranking with categoriser function. In *Proceedings of the 7th International Conference on Knowledge Science, Engineering and Management, (KSEM'14)*, pages 290–301, 2014.